

WINDTRILLINGEN IN HOGE GEBOUWEN

U.D.C. 699.842:699.83

In verband met de bouw van een hoog laboratoriumgebouw, waarin precisie-balansen moeten worden toegepast, wordt de mogelijkheid van het optreden van windtrillingen onderzocht. Uit de literatuur zijn gegevens verzameld over de aard van de windbelasting. Een vrij grillig verlopende belasting kan als representatief worden beschouwd. Het gebouw wordt geschematiseerd tot een enkelvoudig massa-veersysteem, waarvan met behulp van een eenvoudige grafische methode de bewegingen en versnellingen tengevolge van deze belasting worden nagegaan. De invloed van verschillende stijfheden van en dempingen in het gebouw worden onderzocht.

0 Inleiding

Voor een nieuw chemisch laboratorium was een torengedouw een zeer aantrekkelijke oplossing. Het was echter niet ondenkbaar dat windtrillingen in een dergelijk gedouw de daarin te verrichten precisie-metingen in aanzienlijke mate zouden storen. Aan het I.B.B.C. werd verzocht dit probleem te onderzoeken. Daar bij dit onderzoek facetten naar voren kwamen die van meer algemeen belang zijn, leek het nuttig de hoofdzaken van dit onderzoek, in overleg met de opdrachtgever de Rijksgebouwendienst, in dit orgaan weer te geven.

Bij een inleidend onderzoek bleek dat de apparatuur die het meest door trillingen werd gestoord verschillende balansen waren. Metingen wezen uit dat voor de betrekkelijk lage frequenties die mochten worden verwacht de versnelling een goede maat voor de storing was. Voor een gevoelige balans bleek een versnelling van 0,5 à 1 cm/sec² nog juist als toelaatbaar te kunnen worden beschouwd. De vraag was dus of in een gegeven gedouw een dergelijke versnelling bij een enigszins geregeld voorkomende sterke wind kan voorkomen. Voor de beantwoording van deze vraag werd oorspronkelijk niet slechts gedacht aan een literatuuronderzoek en aan het uitvoeren van berekeningen, doch tevens leek het wenselijk aan enkele bestaande gebouwen metingen te verrichten bij sterke wind. Door omstandigheden zijn deze metingen niet geslaagd. Het onderstaande behandelt dus het theoretische deel van het onderzoek.

1 Gegevens over wind

1.1 Algemeen

In enkele artikelen van BRAAK ¹⁾, ²⁾, ³⁾ kan men gegevens vinden over het optreden van sterke wind en windstoten in Nederland. Voor het beoogde doel zijn vooral windstoten van belang. Uit tabel 5 van ¹⁾ blijkt dat de grote windkrachten en ook de grote windstoten doorgaans buiten de zomermaanden voorkomen. In het algemeen komt sterke wind uit westelijke tot zuidwestelijke richting. Fig. 1 geeft het verband aan tussen de windkrachten volgens de schaal van BEAUFORT en de windsnelheden en winddrukken. De cijfers uit de genoemde tabel zijn tevens in deze fig. verwerkt. Het blijkt duidelijk dat enige

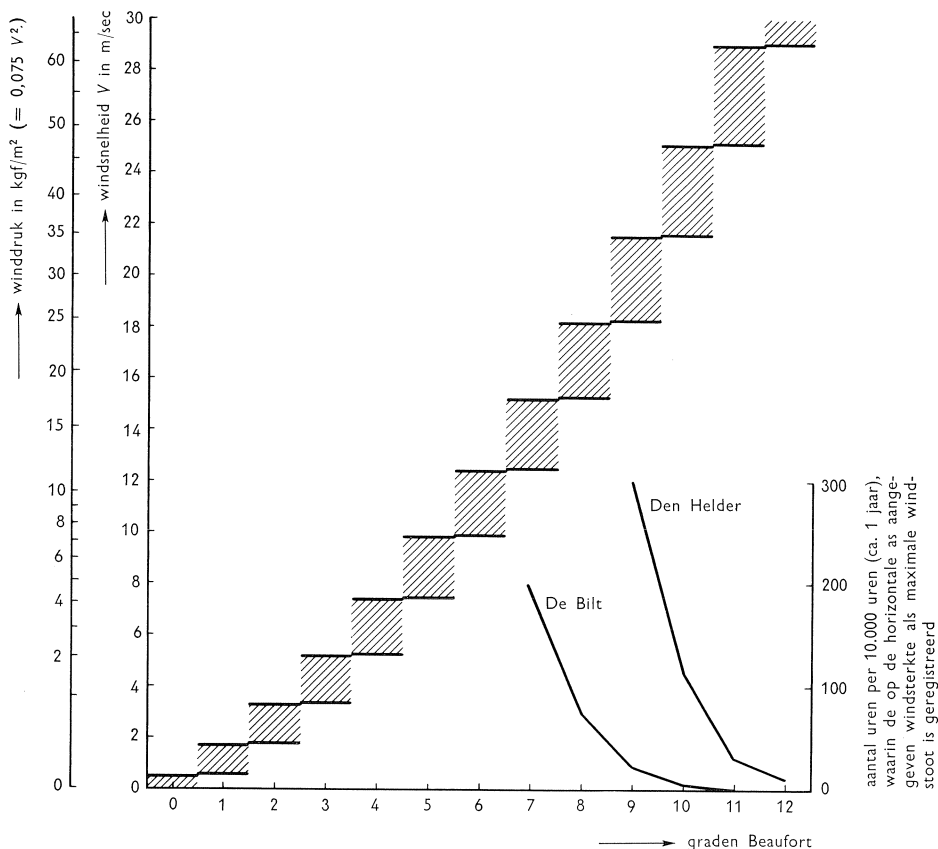


Fig. 1. Verband tussen de schaal van BEAUFORT, windsnelheid en winddruk. Frequentie van de sterkste windstoten, welke per uur voorkomen.

¹⁾ BRAAK, Dr. C. Het klimaat van Nederland. Servire's Encyclopaedie, 's-Gravenhage 1950.

²⁾ BRAAK, Dr. C. Mededelingen en verhandelingen, deel 32, K.N.M.I., 1929.

³⁾ BRAAK, Dr. C. Mededelingen en verhandelingen, deel 46, K.N.M.I., 1942.

honderden keren per jaar uren zullen voorkomen, waarin windstoten een winddruk van 10 à 20 kgf/m² zullen uitoefenen vrijwel loodrecht op de lange westgevel van het ontworpen laboratoriumgebouw.

1.2 Verloop van de winddruk met de tijd en over een groot oppervlak

Deze globale gegevens zijn uiteraard niet voldoende om daaruit nauwkeurig te kunnen voorspellen op welke wijze een gegeven gebouw op een windstoot zal reageren. Daarvoor zijn ook gegevens nodig omtrent het verloop met de tijd. Voor grote gebouwen is het voorts van belang na te gaan of een dergelijke windstoot wel plotseling het gehele gebouw gelijktijdig zal treffen. Het is dus zeker ook van belang enige indruk te hebben over de verticale en horizontale verdeling van de windsnelheid.

Dergelijke gedetailleerde windgegevens zijn slechts in zeer beperkte mate beschikbaar. Overleg werd gepleegd met het K.N.M.I. Men bleek wel te beschikken over enige gelijktijdige windsnelheidsregistraties (die overigens nog niet nader waren uitgewerkt) op hoogten van 15, 50, 100 en 182 m, die waren verkregen met een aan een televisiemast bevestigde meetapparatuur. Enige voorbeelden zijn te vinden in de fig. 2 en 3a, terwijl in fig. 3b tevens de gemiddelde windsnelheid van de hoogten 15, 50 en 100 meter resp. van 15, 50, 100 en 182 m zijn weergegeven. Helaas was de snelheid waarmee de registratie was uitgevoerd niet groot genoeg om uit de waarnemingen van seconde tot seconde een voldoende nauwkeurig beeld van het verloop van de windsnelheid te verkrijgen. Dit zou nl. noodzakelijk zijn omdat de eigentrillingstijd van het ontworpen gebouw niet veel meer dan enkele seconden zou kunnen bedragen.

Een literatuuronderzoek leverde slechts één artikel¹⁾ op waarin wel voldoende nauwkeurige gegevens te vinden waren, althans over de windsnelheidsverdeling in de hoogterichting. Het voor het gestelde doel belangrijkste gegeven is een kaart waarin gedurende 40 sec op 8 verschillende hoogten (t.w. 7,6 m, 15,2 m, 23,0 m, 38,0 m, 45,7 m, 53,3 m, 61,0 m en 76,0 m) met tijdsintervallen van 1/4 sec de windsnelheid in miles/hour is gegeven. Deze kaart is in fig. 4 weergegeven. In fig. 5 is hieruit afgeleid het verloop van de winddruk in kgf/m² op verschillende hoogten. De gemiddelde winddruk over de gehele hoogte is in fig. 6 uitgezet. Het is duidelijk dat deze aanzienlijk minder grillig verloopt dan de winddruk op één bepaalde plaats. In feite begint de windstoot boven en zakt dan omlaag, terwijl daarboven een gebied van lagere windsnelheid ontstaat. Ook deze publikatie bevatte echter geen gegevens over de horizontale verdeling van de windsnelheid. Op grond van waarnemingen van zeilers e.d. kan echter worden aangenomen dat een enigszins krachtige windstoot ongeveer 100 à 200 m breed kan zijn. Kleine windstoten hebben vaak een veel geringere omvang.

¹⁾ SHERLOCK, R. H. Variation of wind velocity with height. Trans. A.S.C.E. vol. 118 (1953) paper 2553.

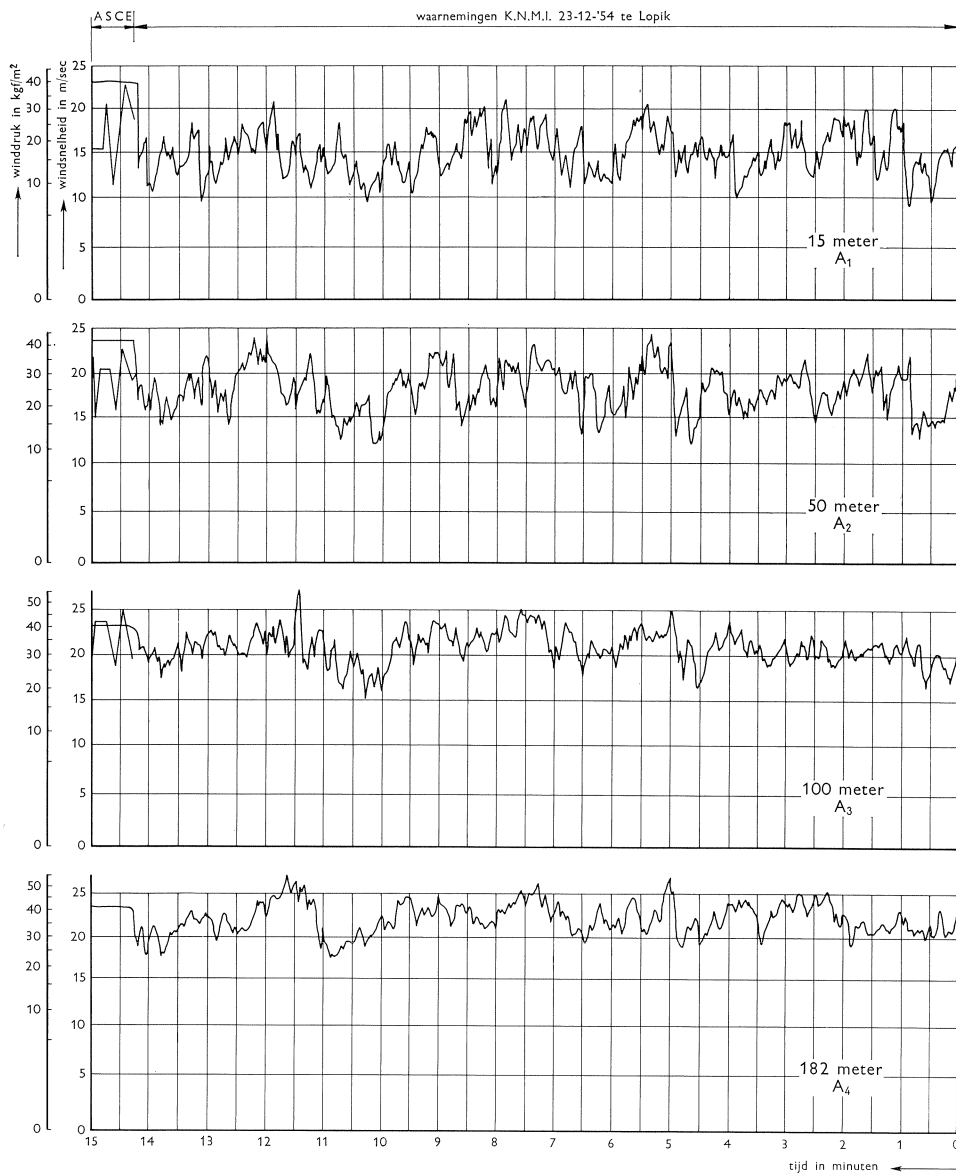


Fig. 2. Voorbeeld van een registrering van windsnelheden op verschillende hoogten (Lopik 23-12-'54).

In fig. 2 zijn, voor zover mogelijk, bijpassende gegevens van SHERLOCK op dezelfde schaal uitgezet om enige indruk te verkrijgen in hoeverre de door SHERLOCK waargenomen 40 seconden ook voor Nederlandse omstandigheden voldoende representatief zijn. Bij vergelijking vallen geen bijzonderheden op die op enig fundamenteel verschil wijzen. De gemiddelde winddruk over de gehele periode heeft ongeveer 30 kgf/m² bedragen, hetgeen

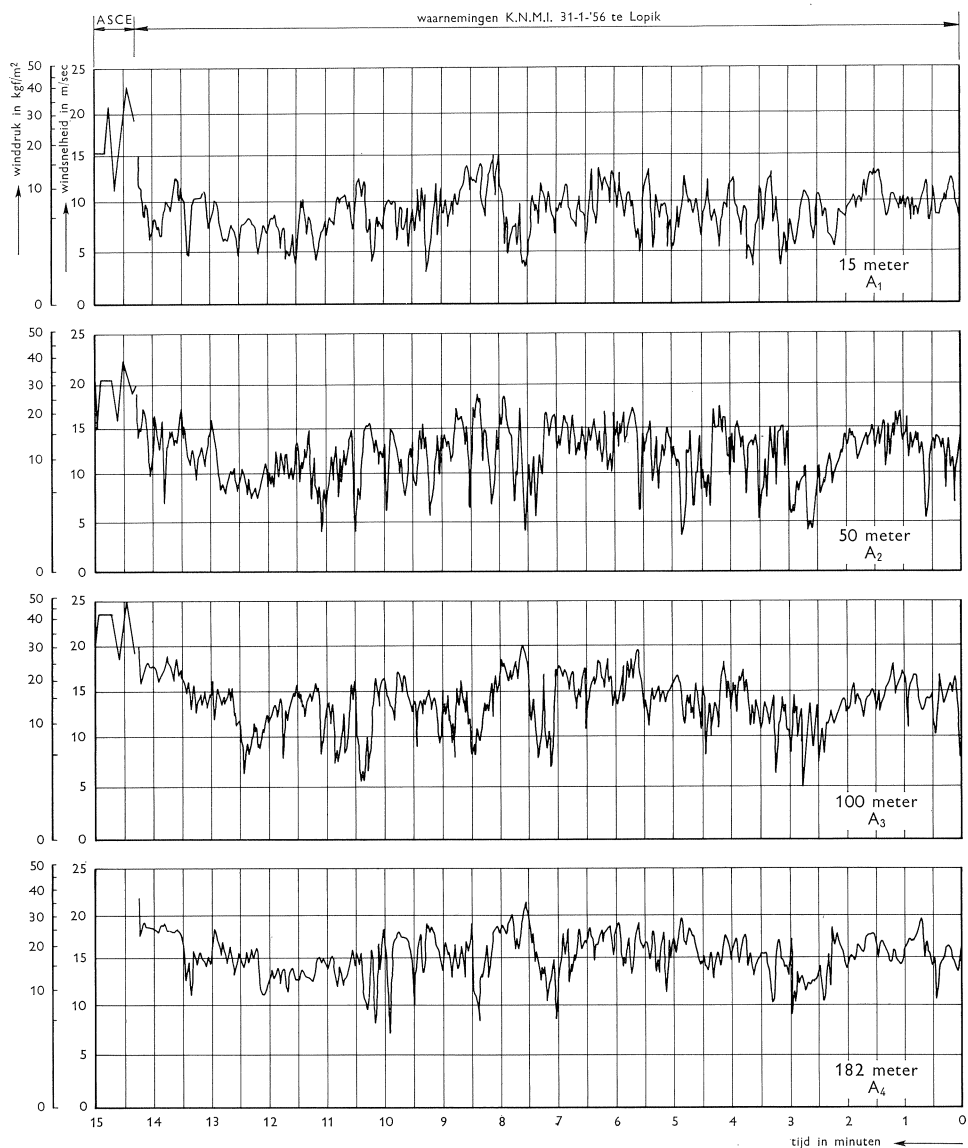


Fig. 3a. Voorbeeld van een registrering van windsnelheden (Lopik 31-1-'56).

overeenkomt met windkracht 9 (de sterkste windstoot die werd waargenomen bedroeg 55 kgf/m² of windkracht 11). Dit is dus een $1\frac{1}{2}$ à $2 \times$ zo zware belasting als volgens fig. 1 als veel voorkomend moet worden beschouwd. Uit de vergelijking met de waarnemingen van het K.N.M.I. op 31-1-'56 te Lopik (zie fig. 3a) blijkt echter dat ook bij geringere windsnelheden de onregelmatigheid in de winddruk van dezelfde orde van grootte kan zijn. Aangenomen kan dus worden, dat een winddrukverdeling zoals in de fig. 4, 5 en 6 is

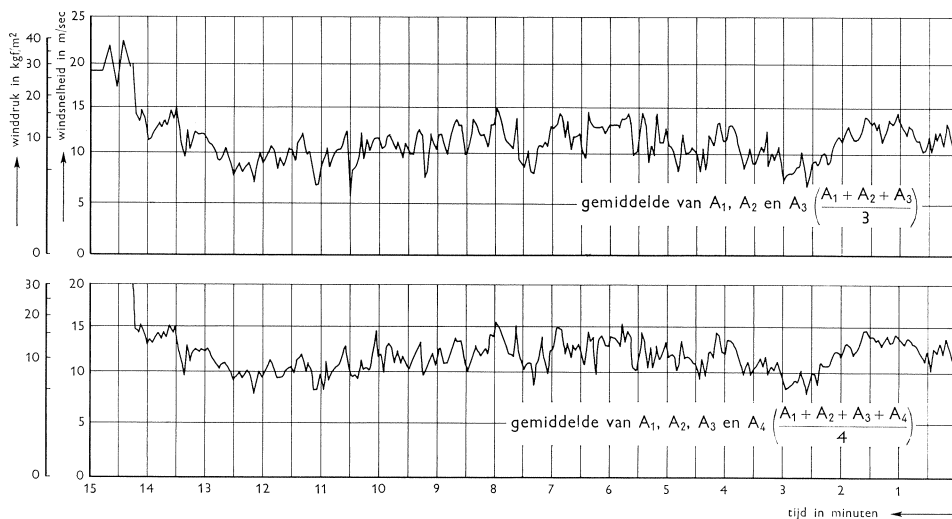


Fig. 3b. Windsnelheid en winddruk, gemiddeld over de hoogte (Lopik 31-1-'56).

weergegeven als voldoende representatief kan worden beschouwd om daarop conclusies te baseren over de bewegingen van een gebouw door wind. Hierbij dient, bij gebrek aan betere gegevens, te worden aangenomen dat de variatie in horizontale richting niet veel invloed heeft. De gemiddelde winddruk over een groot gebouw bij de maatgevende windstoot zal zodoende ongeveer het karakter hebben van fig. 6.

2 Trillingsverschijnselen van constructies onder invloed van windbelasting

2.1 Algemeen

Bij de beschrijving van een regelmatig trillingsverschijnsel zijn de frequentie en de uitslag de belangrijkste grootheden. Daaruit kan zonder meer elke andere grootte, zoals b.v. de maximale versnelling, worden afgeleid. Ook bij een onregelmatig trillingsverschijnsel kan, als het verloop van de uitbuiging als functie van de tijd bekend is, iedere andere grootte eenvoudig worden bepaald. Zoals reeds in hoofdstuk 0 is aangegeven is bij een regelmatige stoortrilling de versnelling bepalend voor de hinder die men bij het wegen met een balans ondervindt. Aangenomen mag worden dat bij een onregelmatig verlopend trillingsverschijnsel eveneens de maximale versnelling of het gemiddelde niveau van de versnelling maatgevend zullen zijn.

In fig. 6 staat reeds aangegeven welke belasting als maatgevend moet worden beschouwd. Welk trillingsverschijnsel hierdoor wordt veroorzaakt, hangt verder nog in hoge mate af van de constructie van het gebouw. De belangrijkste grootheden die deze constructie beschrijven zijn uiteraard de massa, de stijfheid en de demping. Door een grotere massa zal het gebouw langzaam

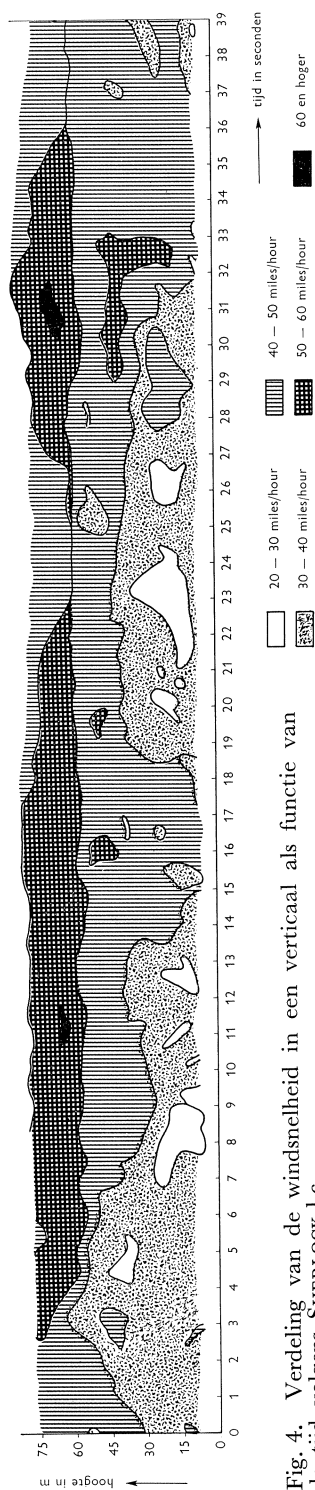


Fig. 4. Verdeling van de windsnelheid in een verticaal als functie van de tijd volgens SHERLOCK l.c.

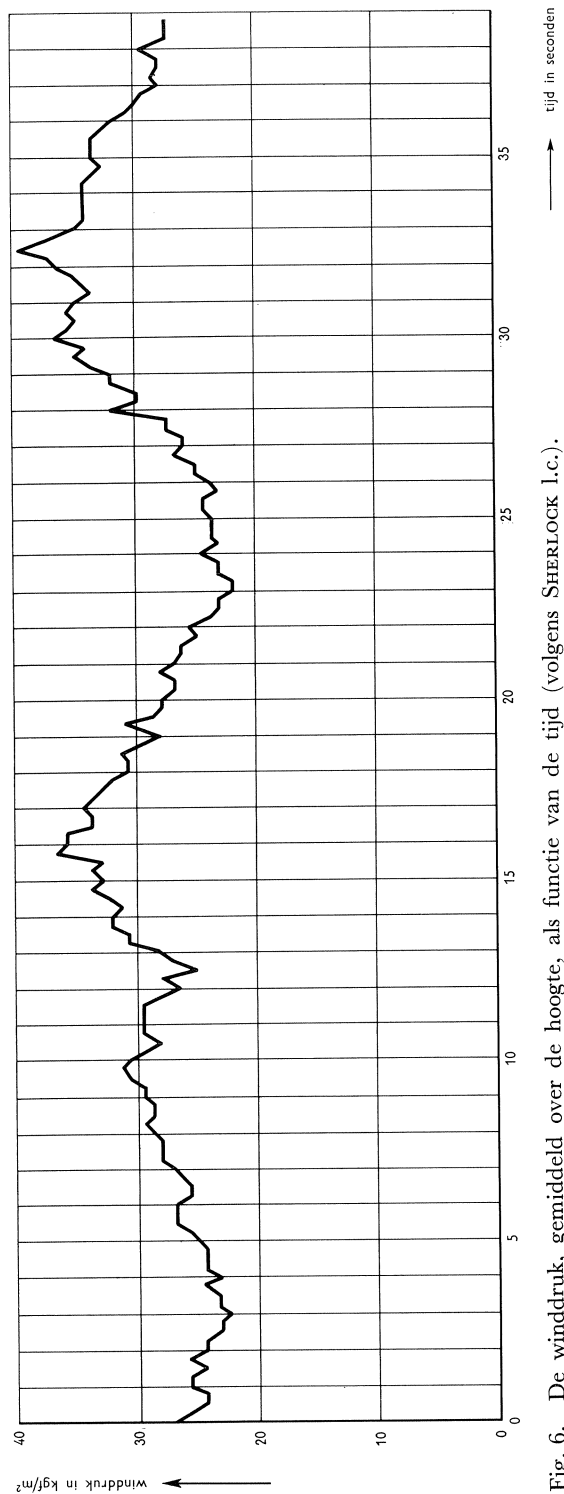


Fig. 6. De winddruk, gemiddeld over de hoogte, als functie van de tijd (volgens SHERLOCK l.c.).

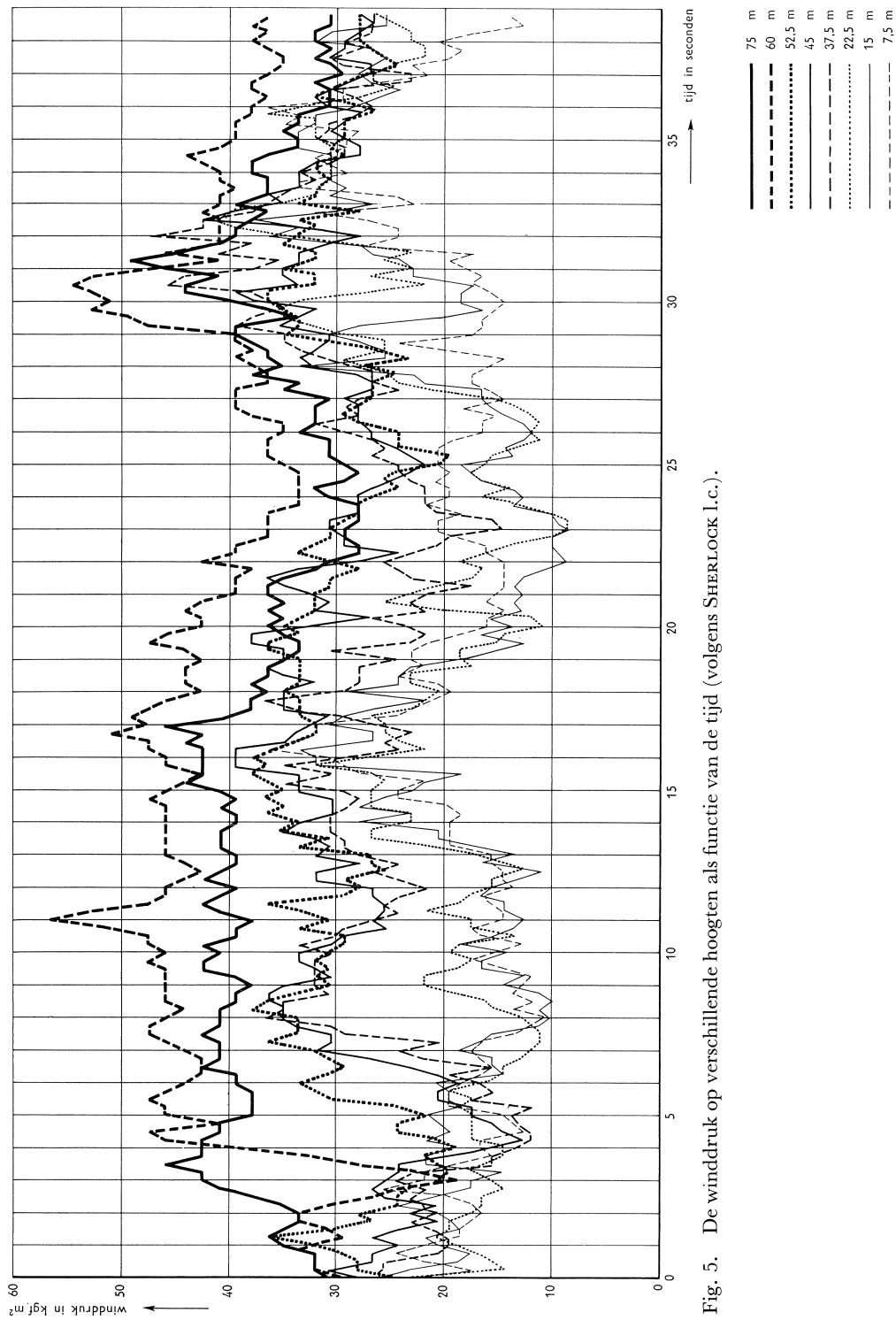


Fig. 5. De winddruk op verschillende hoogten als functie van de tijd (volgens SHERLOCK I.c.).

willen trillen (het verkrijgt een lagere eigenfrequentie), door een grotere stijfheid zal het kleinere uitslagen krijgen en sneller trillen, door demping wordt trillingsenergie in warmte omgezet, een bestaande trilling zal hierdoor weer vrij snel afdempen zodra de trillingsbron ophoudt te werken.

Een hoog gebouw is ongeveer te beschouwen als een ingeklemde staaf. De laagste eigenfrequentie van een ingeklemde staaf kan worden berekend met de formule ¹⁾:

$$f = 0,56 \sqrt{\frac{EI}{\mu l^4}} \dots \dots \dots (1)$$

waarin f = aantal trillingen per sec (= Hz)

EI = buigingsstijfheid

l = hoogte

μ = massa per eenheid van hoogte

De doorbuiging in het bovenste punt ten gevolge van een gelijkmatig verdeelde statische belasting q per eenheid van hoogte bedraagt:

$$y_s = \frac{ql^4}{8 EI} \dots \dots \dots (2)$$

2.2 Invloed van verschillende grootheden op f en y_s

Eerst zullen enige elementaire berekeningen worden gegeven om een indruk te geven van het te verwachten trillingsverschijnsel. In eerste instantie wordt daarbij uitgegaan van een plattegrond, zoals geschetst in fig. 7. In dit gebouw komen een groot aantal kolommen voor van een staalskelet, terwijl voorts de wanden A, B, C en D aanwezig zijn. De stijfheid van het gebouw is in hoofdzaak afkomstig van deze wanden; de windkrachten worden door de vloerplaten op de wanden overgebracht.

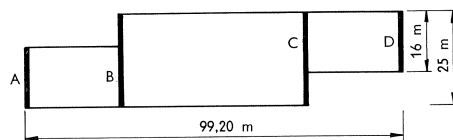


Fig. 7. Plattegrond I.

De stijfste denkbare constructie is die waarbij de wanden A, B, C en D alle met een dikte van 50 cm in gewapend beton zijn uitgevoerd. Met een elasticiteitsmodulus E van 370.000 kgf/cm² kan dan EI worden berekend. Dan is: $EI = 3,7 \cdot 10^5 \cdot 16,4 \cdot 10^{10} = 61 \cdot 10^{15}$ kgfcm².

De massa van het gebouw kan worden geschat door te rekenen op 20 cm dikke betonvloeren terwijl de rest van het gebouw, inclusief inrichting, scheidingswanden enz., equivalent wordt gesteld aan nogmaals 20 cm beton; in totaal dus een gewicht per m² vloeroppervlak van 1.000 kgf. Bij een vloeroppervlak van ongeveer 2.000 m² wordt dit $2 \cdot 10^6$ kgf per verdieping.

¹⁾ Men zie b.v.: DEN HARTOG, J. P. Mechanical Vibrations, Mc Graw-Hill Book Company Inc., New York 1956.

De massa is gelijk aan het gewicht gedeeld door de versnelling van de zwaartekracht, zijnde $g = 981,3 \text{ cm/sec}^2$, zodat voor een verdiepinghoogte van 5 m geldt:

$$\mu = \frac{2 \cdot 10^6}{500 \cdot 981,3} = 4 \text{ kgfsec}^2/\text{cm}^2.$$

De hoogte van het gebouw bedraagt 80 m ($l = 8.000 \text{ cm}$) zodat de eigenfrequentie wordt – zie verg. (1):

$$f = 0,56 \sqrt{\frac{61 \cdot 10^{15}}{4 \cdot 8000^4}} = 1,08 \text{ Hz.}$$

Door een windbelasting van 10 kgf/m^2 wordt (zie fig. 7) $q = 99,2 \cdot 0,1 \approx 10 \text{ kgf/cm}$. De statische doorbuiging bedraagt dan – zie verg. (2):

$$y_s = \frac{10 \cdot 8000^4}{8 \cdot 61 \cdot 10^{15}} = 0,084 \text{ cm.}$$

Op soortgelijke wijze kan worden berekend dat als slechts de wanden A en D als 50 cm dikke betonwanden meewerken $EI = 12,65 \cdot 10^{15} \text{ kgfcm}^2$, zodat bij eenzelfde massa per verdieping de laagste eigenfrequentie is:

$$f = 0,56 \sqrt{\frac{12,65 \cdot 10^{15}}{4 \cdot 8000^4}} = 0,49 \text{ Hz,}$$

terwijl voor de statische doorbuiging door 10 kgf/m^2 winddruk wordt gevonden $y_s = 0,405 \text{ cm}$.

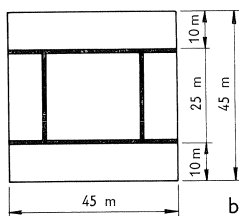
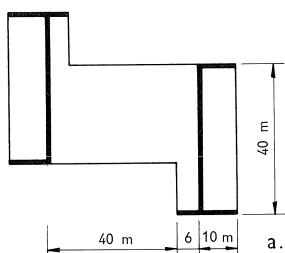


Fig. 8a. Plattegrond II.

Fig. 8b. Plattegrond III.

Bij een lichtere vloerconstructie, waarbij b.v. het gewicht 420 kgf/m^2 vloeroppervlak bedraagt, wordt de eigenfrequentie uiteraard hoger (voor het aangehaalde voorbeeld met slechts de wanden A en D b.v. $0,75 \text{ Hz}$), terwijl de statische doorbuiging even groot blijft.

Indien de eindwanden minder stijf worden uitgevoerd kan de eigenfrequentie aanzienlijk dalen. De invloed van het staalskelet met omhulling en van bijkomende constructiedelen gaat dan ook een rol spelen, zodat de eigenfrequentie tot niet veel lager dan $0,2 \text{ Hz}$ zal verminderen, uiteraard met een bijpassende grotere statische uitbuiging welke omgekeerd evenredig is met het kwadraat van de frequentie, zoals uit de verg. (1) en (2) volgt. Deze uitbuiging kan daarbij tot ongeveer 2 cm bij 10 kgf/m^2 statische belasting toenemen.

Een meer compacte plattegrond, zoals geschetst in fig. 8 bezit ongeveer de-

zelfde massa per verdieping als die van fig. 7. De stijfheid zal, omdat het gemakkelijker is stijve wanden aan te brengen, in het algemeen groter zijn. In het extreme geval dat alle dik aangegeven wanden in fig. 8a 50 cm dikke betonwanden zijn, zou zodoende zelfs een eigenfrequentie van 3 Hz worden bereikt en in het geval volgens fig. 8b een eigen frequentie van 2,4 Hz. In deze gevallen wordt de statische doorbuiging door een windbelasting van 10 kgf/m² niet slechts kleiner omgekeerd evenredig met het kwadraat van de nu hogere eigenfrequentie, doch tevens kleiner omdat het oppervlak waarop de wind het gebouw treft kleiner wordt (en dus q kleiner wordt). In het geval van fig. 8b is dit slechts de helft van dat van fig. 7.

2.3 Invloed van dynamische belasting bij ongedempte trillingen

Het is duidelijk dat niet slechts met een statische doorbuiging door wind moet worden gerekend. Door het dynamische karakter van de windstoten zal een grotere doorbuiging optreden, die afhankelijk van het verloop met de tijd van de windstoot ook een verschillende grootte zal hebben. Enige indruk van deze invloed geeft fig. 9¹⁾. In fig. 9a is voor een plotseling aangrijpende be-

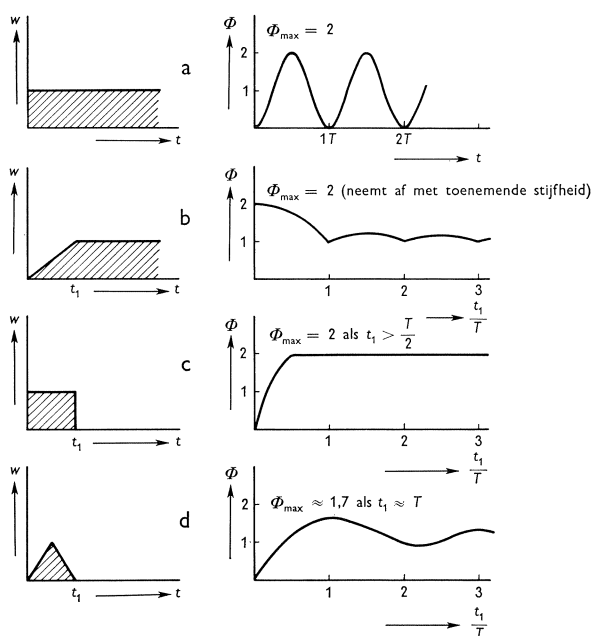


Fig. 9. Responsie van een ongedempt massa-veersysteem op verschillende belastingen.

lastig het gedrag („responsie”) van een ongedempt massa-veersysteem weergegeven. De grootste uitslag blijkt $2 \times$ de statische uitslag te zijn. Deze factor wordt de dynamische vergrotingsfactor φ genoemd. In de fig. 9b, c en

¹⁾ Overgenomen uit: NORRIS, HANSEN e.a., Structural design for dynamic loads. McGraw-Hill Book Company Inc., New York. 1959.

d is de grootte van deze factor voor verschillende andere belastingsgevallen aangegeven.

Uit de voorgaande globale berekeningen is wel gebleken dat de eigenperiode $T = \frac{1}{f}$ van een 80 m hoog gebouw tussen 0,5 en 5 sec. zal liggen.

Uit fig. 6 is af te leiden dat de gemiddelde winddruk over 80 m hoogte in 0,5 sec ongeveer 5 kgf/m² kan stijgen, in 2 à 3 sec ongeveer 10 kgf/m² en in 7 sec ongeveer 15 kgf/m². Globaal kan een vergrotingsfactor $\varphi_{\max} = 1,5$ worden aangehouden, zodat de grootste uitslagen ongeveer overeenkomen met die ten gevolge van een statische windbelasting van ca. $1,5 \times 15 = 20$ à 25 kgf/m²; dus ongeveer $2,5 \times$ zo groot als de in de voorgaande paragraaf opgegeven waarde.

Zolang de windstoot betrekkelijk lang duurt vergeleken met de eigentrillingstijd van de constructie, zal een trillingsverschijnsel ontstaan waarbij de constructie in zijn laagste eigenfrequentie trilt. Door demping en door volgende windstoten wordt dit verschijnsel uiteraard beïnvloed, doch tijdens de eerste trilling nog slechts in geringe mate. Is deze trilling $y = y_0 \sin \omega t$ (waarin $\omega = 2\pi f$), dan is de daarbij optredende grootste versnelling:

$$A_{\max} = \omega^2 y_0 = 4\pi^2 \cdot f^2 y_0 = 40 f^2 y_0.$$

Zoals in hoofdstuk 0 is gebleken kan de versnelling beschouwd worden als de beste maat om de storing bij het wegen af te meten. Voor de constructie volgens fig. 7 met een eigenfrequentie 1,08 Hz en een statische doorbuiging y_s door 10 kgf/m² gelijk aan 0,084 cm wordt deze dus:

$$A_{\max} \approx 2,5 \cdot 0,084 \cdot 40 \cdot 1,08^2 = 9,8 \text{ cm/sec}^2.$$

Door de stijfheid van het gebouw te veranderen bij gelijkblijvende plattegrond, zonder dat daarbij de massa een belangrijke wijziging ondergaat zal, op deze wijze berekend, geen groot verschil in de optredende versnelling ontstaan. De statische doorbuiging verandert namelijk omgekeerd evenredig met EI , terwijl f^2 recht evenredig met EI verandert. Door het gebouw lichter te construeren (b.v. met een gewicht van 420 kgf/m² vloeroppervlak) neemt f toe, terwijl de statische doorbuiging gelijk blijft. De versnelling zou dan kunnen bedragen:

$$A_{\max} = 2,5 \cdot 0,405 \cdot 40 \cdot 0,75^2 = 22,8 \text{ cm/sec}^2.$$

Door daarentegen de massa groot te houden en het windtrefoppervlak te verminderen (zoals in fig. 8 geschetst) neemt de versnelling evenredig met het windtrefoppervlak af; in het geval van fig. 8b dus tot ongeveer 5 cm/sec².

Het blijkt dus dat de massa van het gebouw en de grootte van het windtrefoppervlak beide een aanzienlijke invloed op de optredende versnellingen hebben, terwijl de stijfheid geen of slechts een secundaire rol speelt.

2.4 Invloed van het verloop van de windbelasting en van de demping

Het behoeft geen betoog dat de in de vorige paragraaf gegeven berekeningen niet geheel betrouwbaar zijn. Het grillige karakter van de windbelasting maakt dat de trillingen veel minder ordelijk verlopen dan in het voorgaande verondersteld is, terwijl door de demping in de constructie snelle bewegingen aanzienlijk worden afgeremd. Het is dus zeer goed mogelijk dat het werkelijke trillingsverschijnsel veel minder storend is dan uit 2.3 blijkt. De grootte van de bij deze globale berekeningen gevonden versnellingen wettigt een nauwkeurig onderzoek. Daarbij heeft het weinig zin voor de constructie een zeer nauwkeurig schema in de berekening op te nemen. De trilling in de vorm van de eerste eigenfrequentie vormt wel het belangrijkste deel van het gehele trillingsverschijnsel en is in elk geval het enige gedeelte waarbij het feit, dat het hier een hoog gebouw betreft, een rol speelt. Om deze reden zal worden uitgegaan van een gebouw met een laagste eigenfrequentie $f = 0,5$ Hz dat door een winddruk van 10 kgf/m^2 een statische doorbuiging van $0,4 \text{ cm}$ ondergaat. Ter vergelijking zullen ook gebouwen met een $2 \times$ zo hoge of $2 \times$ zo lage eigenfrequentie (dus 1 Hz met een statische doorbuiging van $0,1 \text{ cm}$ en $0,25 \text{ Hz}$ met een statische doorbuiging van $1,6 \text{ cm}$) worden beschouwd.

Een belangrijk punt is voorts de demping in het gebouw. Deze wordt gekarakteriseerd door de grootte van de „resonantiefactor” R . Fig. 10 laat zien hoe een aanwezige trilling uitsterft bij verschillende waarden van R . Bij een uiterst weinig gedempte constructie zoals een geheel gelaste staalconstructie of een eenvoudige constructie van voorgespannen beton, kunnen waarden $R = 50$ voorkomen. Bij een meer monolitische constructie kan $R = 5$ à 10 zijn. Door het gebruik van los liggende systeemelementen, opvullingen en gordijnevels

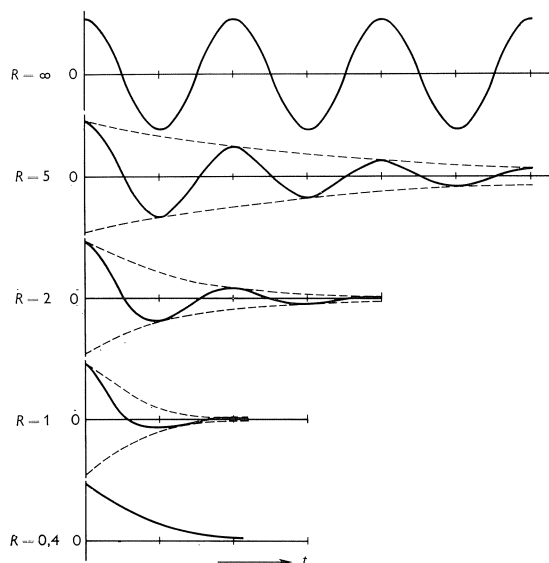
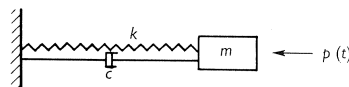


Fig. 10. Uitstervende trilling bij verschillende waarden van R .

Fig. 11. Massa-veersysteem.



etc., kan de damping nog veel groter worden, zodat b.v. $R = 1$ à 2 bedraagt. Een damping met $R < 1$ zal bij een normale constructie bij kleinere belastingen niet veel voorkomen.

Voor de gekozen constructie met een eigenfrequentie van $0,5$ Hz zal voor verschillende waarden van de damping worden nagegaan op welke wijze deze zich gedraagt indien een belasting, zoals in fig. 6 is gegeven, aangrijpt. Voor de andere frequenties wordt $R = 5$ aangehouden als een enigszins ongunstige gemiddelde waarde.

Teneinde het gedrag van een geschematiseerde constructie bij een gegeven belasting te kunnen nagaan moet de differentiaalvergelijking die het probleem beheerst worden opgelost. Indien hierbij een gebouw als een enkelvoudig massa-veersysteem wordt geschematiseerd, dan is (zie ook fig. 11):

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + c \frac{dy}{dt} + ky = p(t)$$

waarbij: de eigenfrequentie $\omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}}$;

$$\text{de resonantiefactor } R = \frac{k}{\omega c} = \frac{\sqrt{km}}{c};$$

de statische doorbuiging ten gevolge van de gegeven belasting $p(t)$

$$y_s(t) = \frac{p(t)}{k}.$$

De vergelijking kan dus worden omgezet in:

$$\frac{1}{\omega^2} \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{1}{\omega R} \frac{dy}{dt} + y = y_s(t).$$

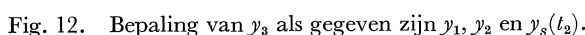
De belasting $p(t)$ is slechts met zekere tijdsintervallen ($\Delta t = 1/4$ sec) gegeven. Het ligt dus voor de hand deze vergelijking in een differentievergelijking om te zetten. Nu is:

$$\frac{dy}{dt} \approx \frac{-y_1 + y_3}{2 \Delta t} \text{ en}$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} \approx \frac{y_1 - 2y_2 + y_3}{(\Delta t)^2}$$

zodat de vergelijking overgaat in:

$$y_1 \left(\frac{1}{\omega^2 (\Delta t)^2} - \frac{1}{2\omega R \Delta t} \right) + y_2 \left(\frac{-2}{\omega^2 (\Delta t)^2} + 1 \right) + y_3 \left(\frac{1}{\omega^2 (\Delta t)^2} + \frac{1}{2\omega R \Delta t} \right) = y_s(t_2)$$


$$y_3 = y_1 + A(y_2 - y_1) + B[y_s(t_2) - y_2]$$

Door middel van een grafische constructie kan y_3 worden bepaald als y_1, y_2 en $y_s(t_2)$ zijn gegeven. Dit geschiedt als volgt (zie fig. 12):

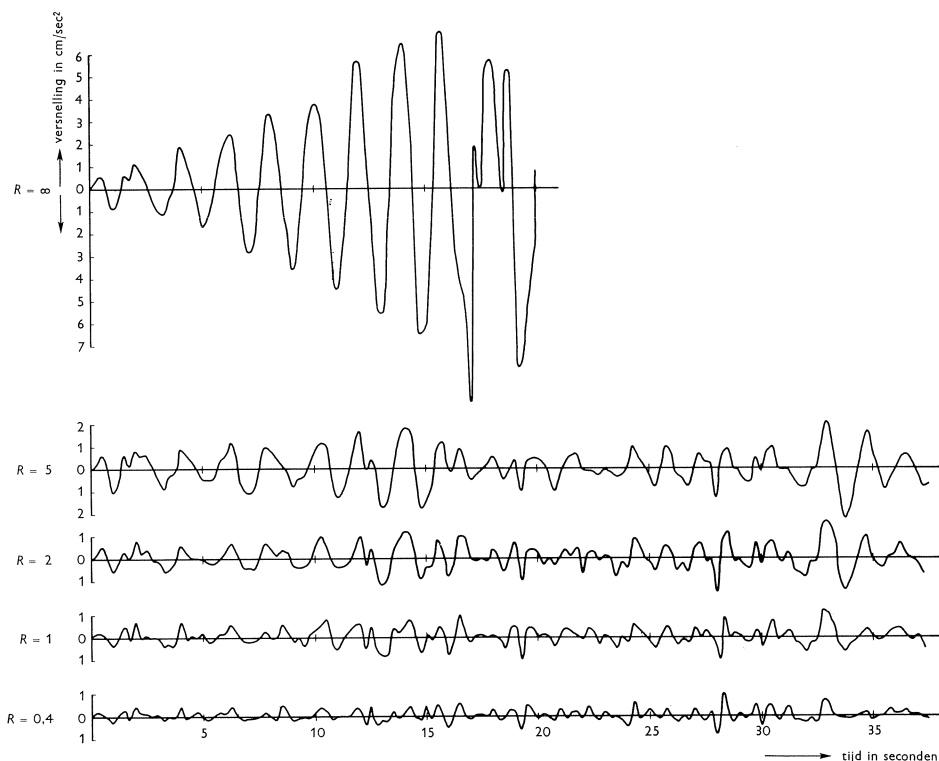
36

In fig. 13 is deze constructie uitgevoerd voor het geval dat de eigenfrequentie van het gebouw $f = 0,5$ Hz bedraagt en wel voor verschillende waarden van R . Het blijkt dat slechts voor het geval $R = \infty$ een belangrijk trillingsverschijnsel wordt opgewekt; in de andere gevallen volgt de constructie de windbelasting vrij rustig, waarbij slechts af en toe het gebouw duidelijk trilt. De hinder die van de bewegingen wordt ondervonden is het beste te beoordelen aan de hand van de optredende versnellingen die in fig. 14 zijn uitgezet. De grootste optredende versnellingen zijn respectievelijk:

$R = \infty$	$A_{\max} = 10 \text{ cm/sec}^2$
$R = 5$	$A_{\max} = 2,2 \text{ cm/sec}^2$
$R = 2$	$A_{\max} = 1,5 \text{ cm/sec}^2$
$R = 1$	$A_{\max} = 1,2 \text{ cm/sec}^2$
$R = 0,4$	$A_{\max} = 1,0 \text{ cm/sec}^2$

De versnelling van het ongedempte geval komt goed overeen met die volgende uit de in 2.3 gegeven globale berekening. Het is echter duidelijk dat de demping

Fig. 14. Versnellingen in de bovenste verdieping van een constructie t.g.v. de windbelasting volgens fig. 6 voor verschillende waarden van de demping. Eigen frequentie $f = 0,5$ Hz, statische doorbuiging door 10 kgf/m^2 winddruk $y_s = 4 \text{ mm}$).



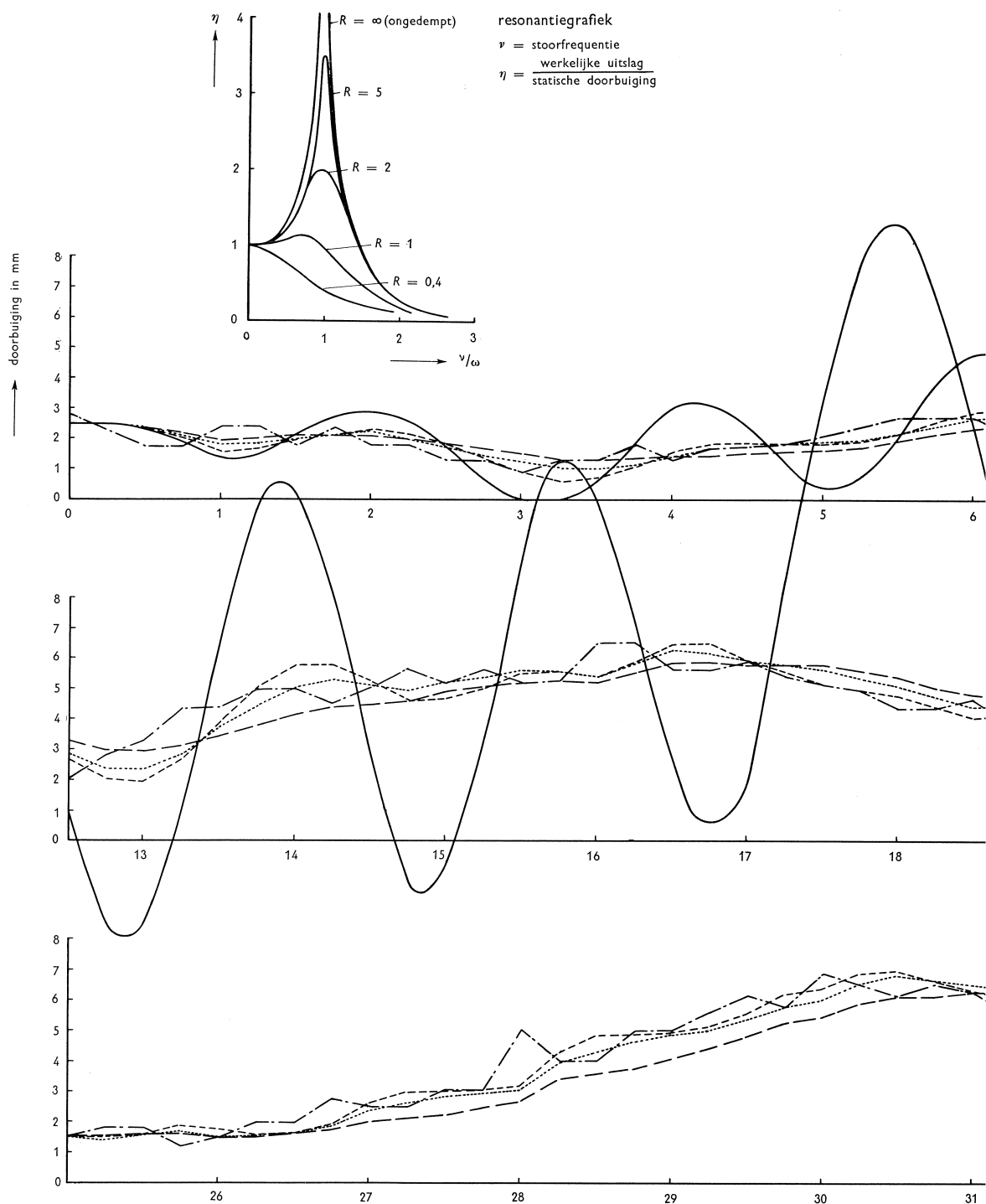


Fig. 13. Responsie van een constructie met eigenfrequentie $f = 0,5$ Hz op de windbelasting van fig. 6 (s

een zeer aanzienlijke invloed heeft, zodat verwacht mag worden dat de werkelijk optredende versnellingen ongeveer $5 \times$ zo klein zijn als in 2.3 berekend.

Het is niet zonder meer zeker, dat de conclusie van 2.3, nl. dat de stijfheid van het gebouw geen invloed heeft op de grootte van de optredende versnellingen, ook nog juist is als de damping een rol speelt. Dit is nagegaan door voor $R = 5$ ook de gevallen $f = 0,25$ Hz en $f = 1$ Hz te onderzoeken. In fig. 15 (zie blz. 42) zijn de geconstrueerde doorbuigingslijnen gegeven; de hieruit afgeleide versnellingen zijn weergegeven in fig. 16. Hoewel de grootste versnellingen op verschillende tijden optreden, kan toch zonder bezwaar worden aangenomen dat de stijfheid van het gebouw inderdaad geen belangrijke invloed heeft op de optredende versnellingen.

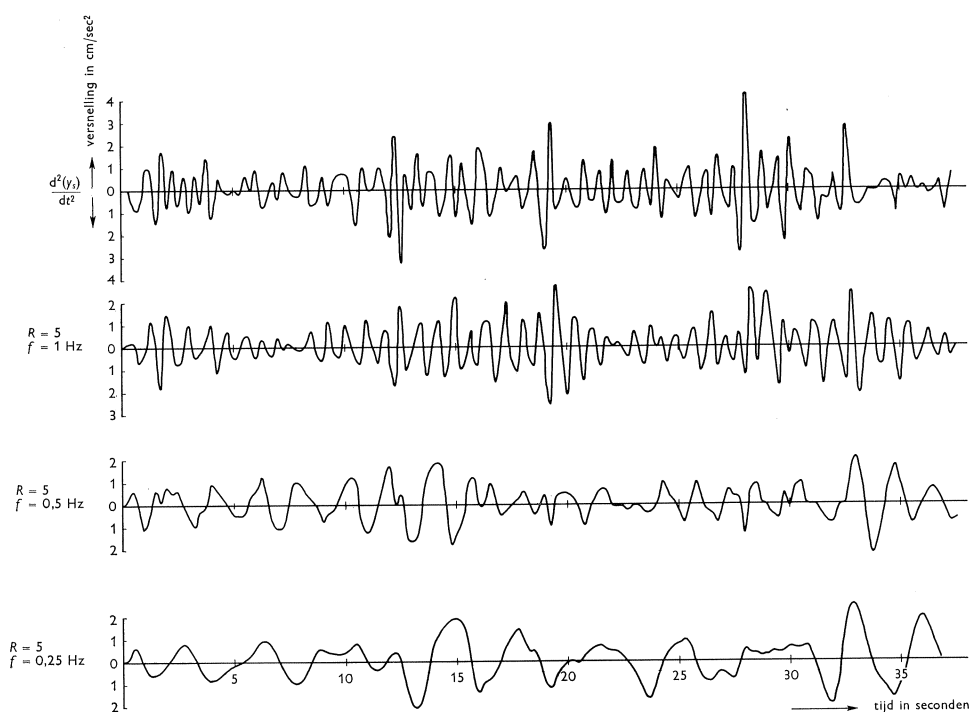


Fig. 16. Versnellingen in de bovenste verdieping van een constructie t.g.v. de windbelasting volgens fig. 6 ($R = 5$, verschillende eigenfrequenties).

2.5 Conclusie

Vergelijking met het gestelde in hoofdstuk 0 doet zien, dat de optredende versnelling bij zware storm of heftige rukwinden de metingen met een precisiebalans op de bovenste verdieping hoogstwaarschijnlijk merkbaar zullen storen indien voor het gebouw een plattegrond wordt gekozen van een type zoals in

fig. 7 is geschetst. Door het windtrefoppervlak te verkleinen, zoals b.v. in het geval van fig. 8b, kunnen de versnellingen tot ongeveer de helft worden verkleind, waardoor deze tot een nog juist toelaatbare grootte worden teruggebracht. Een zware constructie heeft eveneens een gunstig effect. Lager maken van het gebouw bij gelijk blijvende plattegrond maakt de toestand niet gunstiger, daar de optredende versnellingen slechts afhankelijk zijn van de windbelasting per m^1 hoogte en van de massa per m^1 hoogte. Op lagere verdiepingen zijn de windtrillingen uiteraard aanzienlijk kleiner en wel ongeveer overeenkomstig de doorbuigingslijn van het gebouw door een gelijkmatig verdeelde horizontale belasting.

Een poging is gedaan om door meting van het gedrag van een bestaand gebouw de theoretische resultaten te verifiëren. Hoewel een daartoe geschikt gebouw werd gevonden bleek het niet mogelijk, daar in de beschikbare periode geen voldoende krachtige wind uit de goede richting voorkwam, op deze wijze bruikbare gegevens te verzamelen.

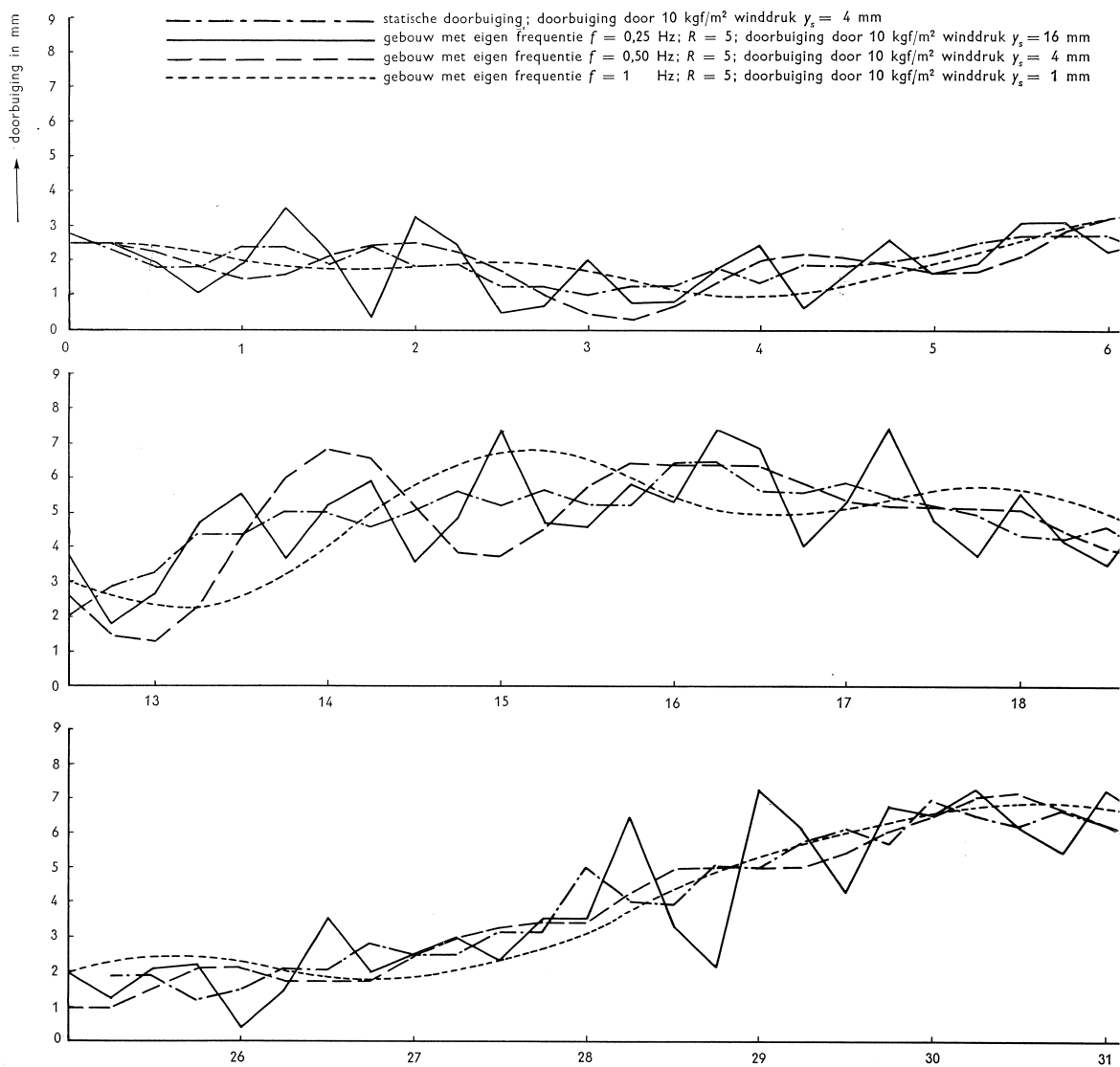
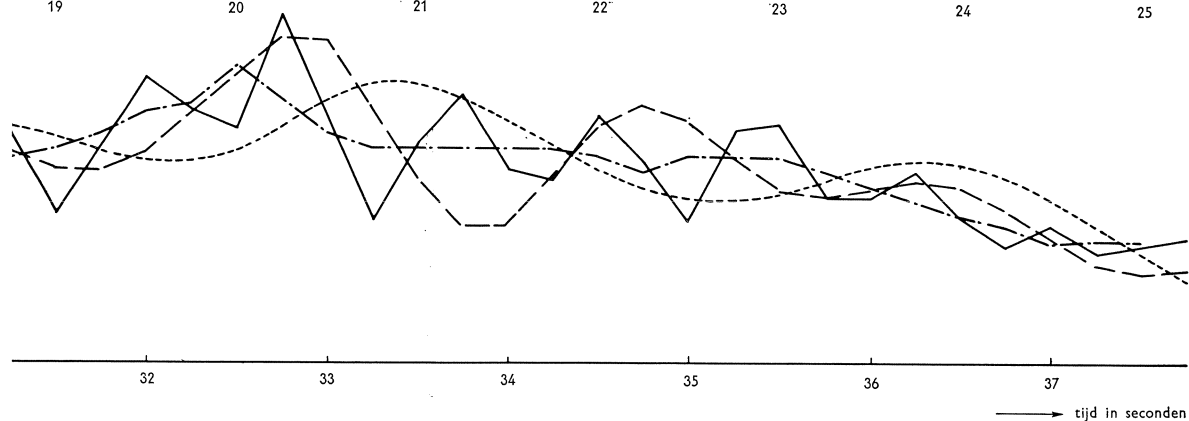
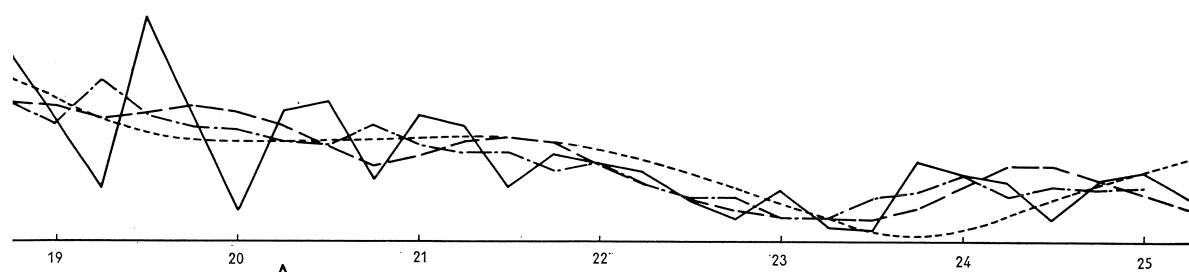
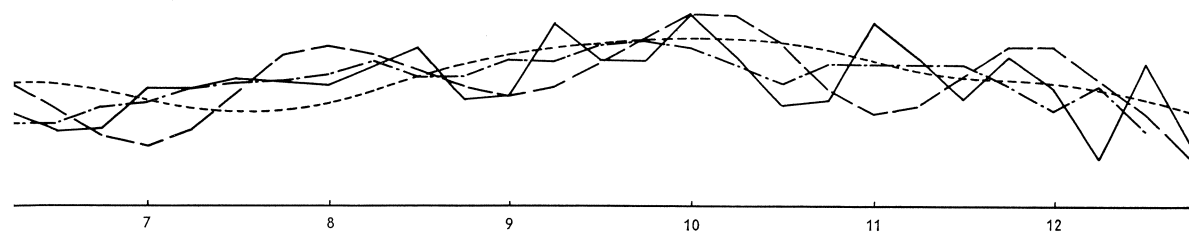


Fig. 15. Responsie van een constructie op de windbelasting volgens fig. 6 ($R = 5$, verschillende ei



ifrequenties.)