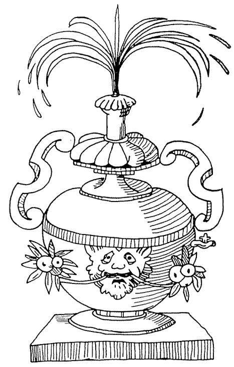
De Heronsfontein



7.

Mededelingen over vondsten en ideeën waarin het verrassende element iets gemeen heeft met de speelse vindingen van Heron van Alexandrië, naar wie dit tijdschrift genoemd is.

Bij het onderzoek naar instabiliteitsverschijnselen bij schalen zijn bijzonder grote moeilijkheden te overwinnen. Enige grepen uit de geschiedenis van het betreffende onderzoek voor bolvormige schalen kunnen dienen ter illustratie.

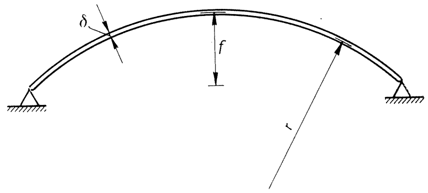
Door ZOELLY werd in 1915 een formule gegeven voor de plooibelasting van een gesloten bolschaal onder gelijkmatig verdeelde uitwendige druk:

$$p = 1{,}155E\frac{\delta^2}{r^2}$$

Hierin zijn E, δ, r de elasticiteitsmodulus, dikte en straal van de bolschaal, terwijl de coëfficiënt 1,155 geldt voor het geval dat de dwarscontractiecoëfficiënt van het materiaal nul is.

Uit experimenten blijkt echter, dat instabiliteit bij aanzienlijk lagere waarden van de uitwendige druk optreedt. Naar aanleiding hiervan hebben verschillende auteurs getracht de theorie uit te breiden en te verfijnen. Hun resultaten, die dikwijls met zeer veel werk zijn verkregen, wijzen er op dat de coëfficiënt 1,155 inderdaad door een lagere waarde moet worden vervangen. Hoewel de uitkomsten nog uiteenlopen, krijgt men de indruk dat de betreffende coëfficiënt ongeveer bij 0,3 zou moeten liggen.

Door VREEDENBURGH is een eenvoudige afleiding gegeven, die eenzelfde uitkomst geeft [1963]. Daarbij wordt een vergelijking getrokken met het doorslagverschijnsel bij de flauw gekromde boog op scharnierende steunpunten, waarvoor formules zijn gegeven door TIMOSHENKO.[1])



Het instabiliteitsgedrag van de boog wordt bepaald door een vormparameter

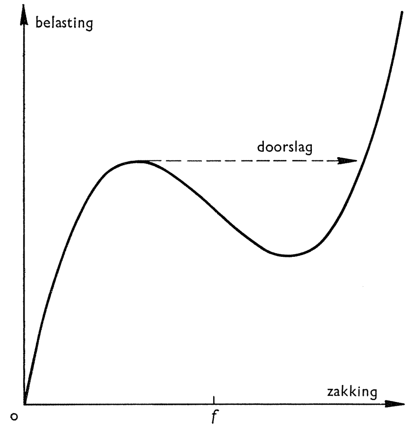
$$m = {}^1/_3\,\frac{\delta^2}{f^2}$$

[1]) TIMOSHENKO, S. P. en J. M. GERE, Theory of Elastic Stability, 2e druk, New York 1961, blz. 305 e.v.

Voor bogen met een zeer kleine pijl f, zodanig dat $m > 1$, is het gedrag in wezen niet verschillend van dat van een ligger. De krachtsoverdracht heeft in hoofdzaak plaats door buigende momenten en de „ligger" buigt geleidelijk door tot eventueel een negatieve zeeg is ontstaan, waarbij een boogwerking door trek-normaalkracht kan optreden (hangwerking).

Voor bogen met een grotere pijl ontwikkelt zich een druk-normaalkracht in de boog. Indien geldt $m < {}^2/_{11}$, zal de instabiliteit zich uiten door het plotseling, bij een bepaalde belasting, in niet-symmetrische vorm uitknikken van de boog.

In het gebied ${}^2/_{11} < m < 1$ is het instabiliteitsgedrag te beschrijven als een doorslagverschijnsel. Ondanks het aangroeien van de druk-normaalkracht in het stadium voorafgaand aan doorslaan kan deze in verband met de steeds kleiner wordende pijl maar een beperkte bijdrage in de benodigde draagkracht leveren (naast de bijdrage van de buigende momenten).



De op te nemen belasting vertoont bij een zekere waarde van de zakking een maximum. De zeeg is dan, hoewel klein, nog positief. Bij een kleine toename van de belasting gaat de boog echter plotseling over in een andere evenwichtsstand met een negatieve zeeg. Volgens de afleidingen van Timoshenko geschiedt dit bij de volgende belasting (de notatie is hier gewijzigd met het oog op de toepassing bij schalen):

$$p = {}^1/_{10}\sqrt{3}\cdot E\frac{\delta^2}{r^2}\cdot\left[\sqrt{m}+{}^2/_9\sqrt{3}\sqrt{\frac{(1-m)^3}{m}}\right]$$

Bij een schaal veronderstelt Vreedenburgh nu, dat een „doorslaggebied" ontstaat waarvan de draagkracht bepaald wordt als de som voor twee onderling loodrechte bogen. De grens van het gebied stelt zich zodanig in dat de draagkracht minimaal wordt; het buigend moment op die grens wordt verwaarloosd zodat de formule voor de boog op scharnierende steunpunten toegepast kan worden, waarin thans m variabel gesteld is.

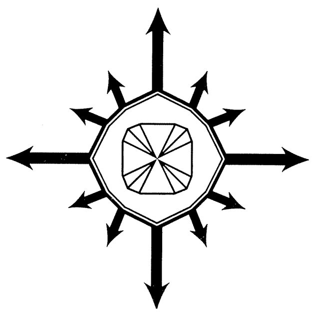
Het minimum voor de draagkracht van de enkele boog wordt zodoende bereikt bij $m = 0{,}54$. Dit komt overeen met een lengte van het doorslaggebied (afstand tussen de scharnieropleggingen) van $2{,}5\sqrt{r\delta}$, en een bijbehorende belasting:

$$p = 0{,}155E\frac{\delta^2}{r^2}$$

Voor een bolschaal leidt de aangegeven beschouwing er nu toe, de coëfficiënt 1,155 in de formule van ZOELLY te vervangen door 0,31 ($= 2 \times 0{,}155$). Hiermede zijn de waarden te vergelijken, die andere onderzoekers met ingewikkelder berekeningen hebben afgeleid:

VON KÁRMÁN en TSIEN (1939)	0,365
TSIEN (1942)	0,312
MUSCHTARI en SURKIN (1950)	0,34
FEODOSJEW (1954)	0,32

De numerieke overeenstemming met VREEDENBURGH's zoveel eenvoudiger benaderingsberekening is opmerkelijk goed, al was deze laatste door zijn auteur in hoofdzaak slechts bedoeld om een inzicht te verkrijgen in de invloed van verschillende grootheden. Dezelfde gedachtengang werd door hem ook toegepast op andere gevallen, zoals de instabiliteit van willekeurige oppervlakken met positieve of negatieve krommingsmaat van GAUSS, en op de instabiliteit van de cirkelcilindrische schaal onder axiale druk. Ook daar blijkt bij vergelijking met beschikbare uitkomsten op het gebied van theoretisch en experimenteel onderzoek alleszins goede overeenstemming aanwezig te zijn.



VERANTWOORDING

Dit speciale nummer van *Heron* kwam tot stand met de zeer gewaardeerde medewerking van velen, wat betreft kopijbijdragen, persoonlijke gegevens, speciale illustraties en overig documentatiemateriaal.
Hun allen zij hierbij daarvoor onze bijzondere dank gebracht.

Red.