

BEREKENING VAN CENTRISCH EN EXCENTRISCH GEDRUKTE CONSTRUCTIEDELEN VOLGENS DE BREUKMETHODE

TOELICHTING OP ART. 47 EN 48 G.B.V. 1962 ¹⁾

U.D.C. 624.075.2

Het berekenen van centrisch en excentrisch gedrukte constructiedelen dient volgens de G.B.V. 1962 te geschieden met behulp van de breukmethode. De theoretische overwegingen, getoetst aan experimentele uitkomsten, die hebben geleid tot het gestelde in art. 47 worden besproken. Voorts worden mogelijkheden aangegeven voor het vervaardigen van grafieken en tabellen waarmee in de praktijk kan worden gerekend. Enkele rekenvoorbeelden worden gegeven. Tenslotte worden enige in art. 48 van de G.B.V. 1962 genoemde benaderingsmethoden toegelicht, zoals de methode met de knikfactoren en de methode waarbij het drukspanningsdiagram van beton rechthoekig wordt verondersteld.

0 Inleiding

In de G.B.V. 1962 is in art. 47 voor de berekening van centrisch en excentrisch belaste constructiedelen het gebruik van de breukmethode voorgeschreven, omdat tegen de berekeningswijze zoals deze in de G.B.V. 1950 voorkwam, eenvoudigheidshalve hierna n -methode genoemd, een aantal bezwaren was gerezen. Zo hield de n -methode geen rekening met het feit dat bij het veerkrachtsgeval van buiging en normaalkracht een constructiedeel uitbuigt onder invloed van de belasting, waardoor het buigende moment toeneemt. Deze toename zal weer een grotere uitbuiging bevorderen enz. Dit proces gaat, mede beïnvloed door de kruip van het beton, door tot al of niet een evenwichtstoestand wordt bereikt. In het laatste geval zal bezwijken optreden. De mate van uitbuiging is o.a. afhankelijk van de slankheid van het constructiedeel. Dat de invloed van deze grootte bij de n -methode niet voldoende tot uiting komt blijkt b.v. uit proeven van GAEDE ²⁾, genomen op kolommen voorzien van scharnierende einden en met een lengte-breedte verhouding (l_c/h_t) van ca. 30. De kolommen werden min of meer langdurig aan een constante excentrische drukkracht onderworpen. Het bleek dat de breukbelasting slechts ca. $2/3$ bedroeg van de toelaatbare belasting, berekend volgens de Duitse voorschriften. Ook door het Instituut uitgevoerde proeven op slanke kolommen, op verkleinde schaal vervaardigd, vertoonden eenzelfde tendentie ³⁾. In de praktijk zullen

¹⁾ Waar nodig zijn in dit artikel, voor zover niet anders vermeld, de notaties van de G.B.V. 1962 aangehouden.

²⁾ GAEDE, K., Knicken von Stahlbetonsäulen unter Kurz- und Langzeitbelastung. Heft 129 D.A.f.S.

³⁾ Rapport BI-60-6. Draagvermogen van slanke gewapend betonkolommen. I.B.B.C.-T.N.O.

echter de randvoorwaarden veelal gunstiger zijn. Overeenkomstig de Franse voorschriften en een aanbeveling van het Comité Européen du Béton (C.E.B.) zijn om deze reden in art. 47 van de G.B.V. 1962 de kniklengten afhankelijk gesteld van de randvoorwaarden.

Daar de n -methode geen rekening houdt met het niet lineair zijn van het verband tussen belasting enerzijds en vervormingen en spanningen anderzijds, zijn ook de gevolgen van het immer verhogen van de toelaatbare spanningen bij deze methode niet te overzien, ook al handhaaft men eenzelfde verhouding tussen de toelaatbare spanning in en de sterkte van een materiaal. Temeer zijn deze gevolgen niet te overzien omdat de bij de n -methode voorkomende rekengrootheden niet meetbaar zijn, zodat experimentele toetsing zeer moeilijk dan wel onmogelijk is.

Tenslotte is het bekend dat het gebruik van staal met verhoogde treksterkte in geval van toepassing van de n -methode alleen voordeel biedt bij grote excentriciteit van de belasting. Bij een betere aanpak van en een dieper inzicht in het probleem zal ook de toepassing van deze staalsoorten beter kunnen worden beoordeeld.

Ook in andere landen en in het C.E.B. worden de bovengenoemde bezwaren gevoeld en gaan de gedachten in de richting van de methode die experimenteel betrekkelijk eenvoudig is te toetsen: de breukmethode. Met deze methode wordt getracht zo goed mogelijk de breukbelasting van een constructiedeel te voorspellen, waarbij wordt uitgegaan van de regels der mechanica, enkele eenvoudige onderstellingen en van hetgeen omtrent de mechanische eigenschappen van de onderhavige materialen bekend is. De toelaatbare belasting wordt dan op eenvoudige wijze gevonden door het invoeren van een veiligheidscoëfficiënt. In dit artikel zal deze gedachtengang nader worden uiteengezet met dien verstande dat onder een breukbelasting van een centrisch of excentrisch gedrukt constructiedeel zal worden verstaan die constante drukkracht die nog juist oneindig lang door het constructiedeel kan worden gedragen.

Bij de beschouwingen zullen de volgende variabelen worden ingevoerd:

- a. de excentriciteit van de belasting;
- b. de afmetingen en de vorm van het constructiedeel in dwarsdoorsnede;
- c. de slankheid;
- d. de hoeveelheid wapening (ook asymmetrische wapening);
- e. de betondekking op de wapening;
- f. de staalkwaliteit en
- g. de betonkwaliteit.

Het constructiedeel wordt gedacht aan beide einden scharnierend te zijn bevestigd. De beschouwingen zijn uitgewerkt voor het geval de excentriciteit van de belasting constant is over de lengte van het constructiedeel. De mogelijkheid voor berekening bij een verlopende excentriciteit wordt echter aangegeven. Tenslotte wordt gesteld dat het krachtpunt is gelegen op een symmetrie-as van de doorsnede (zgn. enkele buiging).

1 Algemene berekening (G.B.V. 1962 art. 47)

1.1 Breukbelasting van een excentrisch gedrukt constructiedeel

1.1.1 Grondslagen

De berekening is gebaseerd op de grondslagen, welke zijn genoemd in art. 47 lid 1. Deze luiden:

- a. de trekspanningen worden uitsluitend opgenomen door het staal;
- b. de verlengingen en verkortingen die de vezels door buiging ondergaan zijn recht evenredig met de afstand tot de neutrale lijn;
- c. het verband tussen de staalspanning $\sigma_a'(\sigma_a)$ en de specifieke lengteverandering $\varepsilon_a'(\varepsilon_a)$ wordt eenvoudigheidshalve geschematiseerd door twee rechten zoals is aangegeven in fig. 1a;
- d. het verband tussen de betondrukspanning σ_b' en de vervorming ε_b' verloopt volgens een tweedegraads parabool, waarvan de top is gelegen bij een maximale betonstuik ε_u' gelijk aan $3,50/100$ (zie fig. 1b). Deze onderstelling komt overeen met die vastgelegd tijdens het 3e C.E.B.-congres te Madrid in 1956. Daar bij proeven met kort durende belasting in het algemeen de maximale betonstuik kleiner is dan $3,50/100$ (nl. ca. $20/100$) is gesteld dat de invloed van de kruip van het beton in het door het C.E.B. aangenomen σ - ε -diagram is verdisconteerd. De breukdrukspanning σ_u' is aangenomen op 0,6 maal de kubusdruksterkte na 28 dagen verharding. De grootte van deze factor is gebaseerd op de volgende overwegingen:

1. In de werkelijke constructie zal de prisma- of cilinderdruksterkte meer representatief zijn voor de kwaliteit van het beton dan de kubusdruksterkte. Op grond van vele literatuurgegevens¹⁾ kan worden gesteld: prismadruksterkte $\approx$ cilinderdruksterkte $\approx 0,85 \times$ kubusdruksterkte.
2. Bekend is dat de druksterkte enerzijds onder invloed van een blijvende c.q. wisselende belasting enigszins vermindert, doch dat anderzijds door de voortgaande verharding de sterkte toeneemt. In het algemeen vindt men in de literatuur²⁾ een reductiecoëfficiënt voor de invloed van een blijvende belasting, waarvan de waarde is gelegen tussen 0,8 en 1,0. Aangenomen is 0,9.
3. Er zal een spreiding optreden in de kwaliteit van in het werk gestort beton. Uitgaande van een normale verdeling wordt b.v. in de V.S. gesteld dat een variatiecoëfficiënt (vc.) van 10–15% (gem. 12,5%) duidt op goed werk en een vc. van 15–20% (gem. 17,5%) op matig werk³⁾. Voorts kan men, weer uitgaande van een normale verdeling en een gegeven

¹⁾ Men zie o.a. D.A.f.S. Heft 120.

²⁾ Men zie o.a. C.E.B.-Bulletin no. 36.

³⁾ Evaluation of compression test results of field concrete. J.A.C.I. (27) no. 3, nov. 1955.

Fig. 1a. Aangenomen σ - ε -diagram voor staal ($E_a = 2,1 \cdot 10^6 \text{ kgf/cm}^2$).



Fig. 1b. Aangenomen σ - ε -diagram voor beton – tweedegraads parabool

$$\sigma'_b = \sigma'_u \frac{\varepsilon'_b}{\varepsilon'_u} \left(2 - \frac{\varepsilon'_b}{\varepsilon'_u} \right)$$

Fig. 1a.

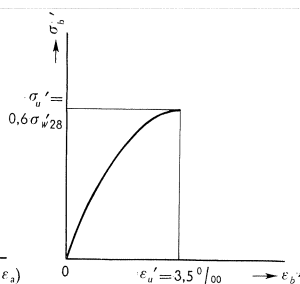


Fig. 1b.

waarde van de vc., een druksterkte $\bar{\sigma}$ bepalen als functie van de gemiddelde druksterkte σ_m die nog met een gegeven kans wordt overschreden. Zo is b.v. bij 5 % kans op overschrijding:

$$\frac{\bar{\sigma}}{\sigma_m} = 1 - 1,64 \text{ vc.}$$

en bij 10% kans op overschrijding:

$$\frac{\bar{\sigma}}{\sigma_m} = 1 - 1,28 \text{ vc.}$$

Voor vier gevallen is door vermenigvuldiging van de factoren genoemd onder 1 t/m 3 de waarde van de verhouding tussen de gegarandeerde breukdruksterkte σ'_u en de gemiddelde kubusdruksterkte σ'_{w28} berekend en in tabel I vermeld.

Tabel I. Verhouding $\frac{\text{gegarandeerde breukdruksterkte } \sigma'_u}{\text{gemiddelde kubusdruksterkte } \sigma'_{w28}}$

kans op overschrijding	werk	
	goed	matig
5%	0,61	0,54 ⁵
10%	0,64	0,59 ⁵

Als een redelijk gemiddelde is dus 0,60 aangehouden.

- e. Voor de uitbuigingslijn van een excentrisch belast constructiedeel met scharnierende einden is een sinusvormig verloop aangehouden. Uit de proeven van GAEDE en uit de proeven verricht bij het Instituut blijkt dit verloop binnen de meetnauwkeurigheid, zelfs in het gescheurde stadium, aanwezig te zijn.

1.1.2 Evenwichtsvoorwaarden

Bij het opvoeren van een belasting op een constructiedeel dient tot het ogenblik van bezwijken steeds aan de evenwichtsvoorwaarden te worden voldaan. In fig. 2 is een vervormingstoestand gegeven behorend bij een excentrisch op een rechthoekige doorsnede aangrijpende drukkracht N' . Als de vervormingstoestand is vastgelegd door gegeven waarden van ε_1 en ε_2 dan zijn ook de vervormingen van het staal bekend, alsmede de staalspanningen. Ook de inhoud D_b van de drukfiguur van het beton, gekarakteriseerd door α' , en de plaats van D_b , gekarakteriseerd door β' , zijn dan vastgelegd.

Voor de berekening van α' en β' bij een gegeven σ - ε -diagram van het beton zij verwezen naar de C.U.R.-publikatie 9 en de IBC-mededelingen **5** (1957) no. 2/3 blz. 52 e.v. waarbij de volgende betrekkingen bestaan tussen α' en β' en de in deze publikaties genoemde grootheden α en β t.w.:

$$\alpha' = \alpha \frac{x}{h_t} \quad \text{en}$$

$$\beta' = 0,5 - \beta$$

Uit de voorwaarden $\Sigma N = 0$ en $\Sigma M = 0$ volgen de vergelijkingen (positieve tekens = druk):

$$\Sigma N = 0 \quad N' = \alpha' \sigma_u' b h_t + \sigma_a' \omega' b h_t + \sigma_a \omega b h_t^1)$$

$$\text{of} \quad \frac{N'}{\sigma_u' b h_t} = \alpha' + \sigma_a' \frac{\omega'}{\sigma_u'} + \sigma_a \frac{\omega}{\sigma_u'} \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$\Sigma M = 0 \quad M = N' \cdot y_m = \alpha' \sigma_u' b h_t \cdot \beta' h_t + \sigma_a' \omega' b h_t (\tfrac{1}{2} - \delta) h_t - \sigma_a \omega b h_t (\tfrac{1}{2} - \delta) h_t$$

$$\text{of} \quad \frac{M}{\sigma_u' b h_t^2} = \frac{N'}{\sigma_u' b h_t} \cdot \frac{y_m}{h_t} = \alpha' \beta' + \sigma_a' \frac{\omega'}{\sigma_u'} (\tfrac{1}{2} - \delta) - \sigma_a \frac{\omega}{\sigma_u'} (\tfrac{1}{2} - \delta) \quad \dots \quad (2)$$

Wordt verg. (2) gedeeld door $(\tfrac{1}{2} - \delta)$ en de aldus verkregen vergelijking opgeteld bij resp. afgetrokken van verg. (1) dan heeft men:

$$\frac{N'}{\sigma_u' b h_t} \left[1 + \frac{y_m}{\tfrac{1}{2} - \delta} \right] = \alpha' + \frac{\alpha' \beta'}{\tfrac{1}{2} - \delta} + 2 \sigma_a' \frac{\omega'}{\sigma_u'} \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$\frac{N'}{\sigma_u' b h_t} \left[1 - \frac{y_m}{\tfrac{1}{2} - \delta} \right] = \alpha' - \frac{\alpha' \beta'}{\tfrac{1}{2} - \delta} + 2 \sigma_a \frac{\omega}{\sigma_u'} \quad \dots \dots \dots (4)$$

¹⁾ Hierin betekent $\omega = \frac{A}{b h_t}$ c.q. $\omega' = \frac{A'}{b h_t}$; dit in tegenstelling tot de G.B.V. 1962 waarin ω_0 c.q. ω_0' in % worden uitgedrukt, dus $\omega_0 = \frac{100A}{bh}$ c.q. $\omega_0' = \frac{100A'}{bh}$.

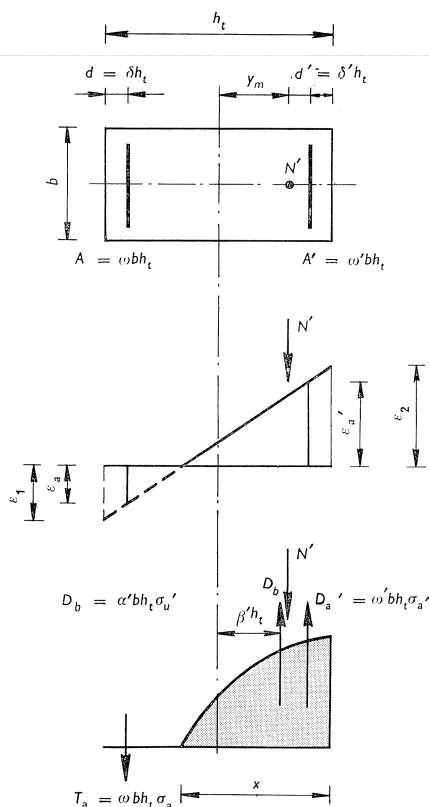


Fig. 2. Vervormingen en krachten bij excentrische belasting op een rechthoekige doorsnede.

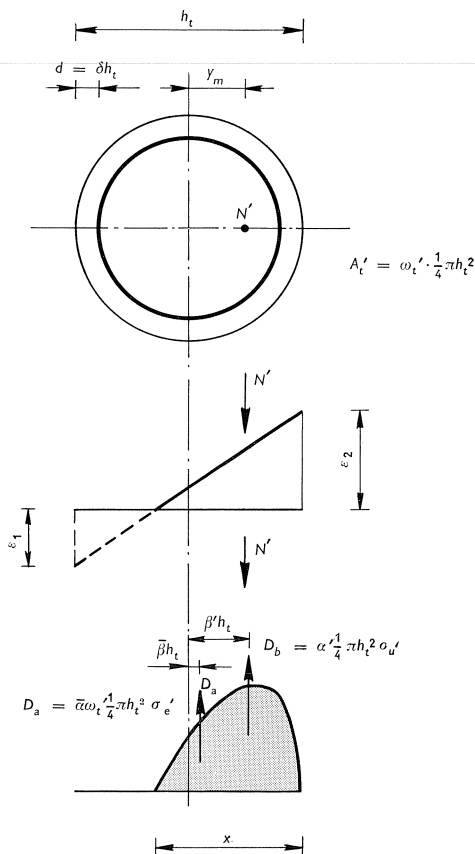


Fig. 3. Vervormingen en krachten bij excentrische belasting op een cirkelvormige doorsnede.

Opmerking. Voor een constructiedeel met cirkelvormige doorsnede kunnen soortgelijke voorwaarden worden opgesteld. In het geval van symmetrische wapening kan deze vervangen worden gedacht door een dunwandige cilinder met eenzelfde doorsnede als de wapening (zie fig. 3). Dan is:

$$\Sigma N = 0 \quad N' = \alpha' \cdot \frac{1}{4} \pi h_t^2 \sigma_u' + \bar{\alpha} \sigma_e' \omega_t' \cdot \frac{1}{4} \pi h_t^2$$

$$\text{waarin } \omega_t' = \frac{A_t'}{\frac{1}{4} \pi h_t^2} \text{ en } A_t' = \text{totale wapening}$$

$$\text{of} \quad \frac{N'}{\frac{1}{4} \pi h_t^2 \cdot \sigma_u'} = \alpha' + \bar{\alpha} \sigma_e' \frac{\omega_t'}{\sigma_u'} \quad \dots \dots \dots (1')$$

$$\Sigma M = 0 \quad M = N' y_m = \alpha' \cdot \frac{1}{4} \pi h_t^2 \cdot \beta' h_t \cdot \sigma_u' + \bar{\alpha} \sigma_e' \cdot \bar{\beta} h_t \cdot \omega_t' \cdot \frac{1}{4} \pi h_t^2$$

$$\text{of} \quad \frac{N'}{\frac{1}{4} \pi h_t^2 \cdot \sigma_u'} \cdot \frac{y_m}{h_t} = \alpha' \beta' + \bar{\alpha} \bar{\beta} \sigma_e' \frac{\omega_t'}{\sigma_u'} \quad \dots \dots \dots (2')$$

Voor een sinusvormige uitbuiging geldt (zie fig. 4):

$$y = y_m \cos \frac{\pi x}{L} = (e_0 + f) \cos \frac{\pi x}{L}$$

waarin e_0 = begin-excentriciteit, constant over de lengte van de staaf en
 f = uitbuiging bij $x = 0$.

Voor $x = \frac{1}{2}l_c$ geldt $y = e_0$, zodat:

$$e_0 = y_m \cos \frac{\pi \vartheta}{2} = (e_0 + f) \cos \frac{\pi \vartheta}{2} = (e_0 + f) \Theta$$

waarin $\vartheta = \frac{l_c}{L}$ en $\cos \frac{\pi \vartheta}{2} = \Theta$.

Hieruit volgt tevens:

$$f = e_0 \left(\frac{1 - \cos \frac{\pi \vartheta}{2}}{\cos \frac{\pi \vartheta}{2}} \right) = e_0 \left(\frac{1 - \Theta}{\Theta} \right) \quad \dots (5)$$

Afgeleid kan worden dat:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -y_m \frac{\pi^2}{L^2} \cos \frac{\pi x}{L}$$

waarbij voor $x = 0$ (maatgevende doorsnede) is:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -y_m \frac{\pi^2}{L^2} = -(e_0 + f) \left(\frac{\pi \vartheta}{l_c} \right)^2 \quad \dots (6)$$

Is voorts:

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{d^2 y}{dx^2} = - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{h_t} \quad \dots \dots \dots (7)$$

(voor $x = 0$ dienen de waarden van ε_1 en ε_2 daar ter plaatse te worden ingevuld), dan volgt uit de verg. (6) en (7):

$$\frac{y_m}{h_t} = \frac{e_0 + f}{h_t} = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \lambda^2}{\pi^2 \vartheta^2} \quad \dots \dots \dots (8)$$

waarin $\lambda = l_c / h_t$.

Verg. (5) gesubstitueerd in verg. (8) leidt tot:

$$\frac{f}{h_t} = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \lambda^2}{\pi^2 \vartheta^2} = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \lambda^2}{\Phi}$$

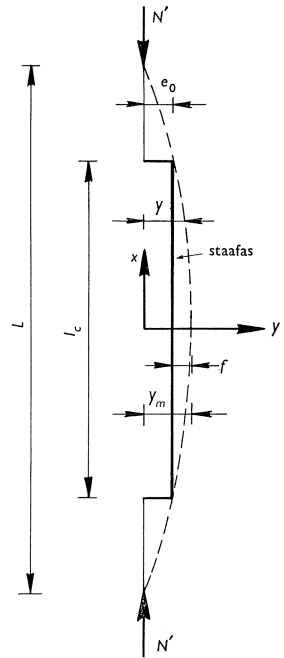


Fig. 4. Uitbuiging van een excentrisch belaste staaf met constante begin-excentriciteit e_0 langs de staafas.

terwijl:

$$\frac{e_0}{h_t} = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\lambda^2}{\Phi} \cdot \frac{\Theta}{1 - \Theta} = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\lambda^2}{\frac{\pi^2 \vartheta^2}{\Theta}} = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\lambda^2}{\Xi} \dots \dots \dots (9)$$

Verg. (8) kan tenslotte nog als volgt worden geschreven:

$$\frac{y_m}{h_t} = \frac{e_0 + f}{h_t} = \left(\frac{1}{\Xi} + \frac{1}{\Phi} \right) (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\lambda^2 \dots \dots \dots (8a)$$

waarin dus $\frac{1}{\Xi} + \frac{1}{\Phi} = \frac{1}{\pi^2 \vartheta^2}$.

De grootheden Θ , Ξ en Φ zijn uitsluitend functies van $\vartheta = l_c/L$. Uit tabel II blijkt dat voor $\vartheta = 1,0$, d.w.z. $l_c = L$, de waarde van $\Xi \rightarrow \infty$ en dus $e_0 \rightarrow 0$. Hierbij behoort een waarde $\Phi = \pi^2$ zodat voor de uitbuiging geldt:

$$\frac{y_m}{h_t} = \frac{f}{h_t} = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\lambda^2}{\pi^2} \dots \dots \dots (10a)$$

Voor $\vartheta \rightarrow 0$, dus $l_c \ll L$, geldt $\Xi \rightarrow 0$ en dus $e_0 \rightarrow \infty$. Dit nadert dus het geval van buiging zonder normaalkracht. Hierbij volgt voor de uitbuiging:

$$\frac{f}{h_t} \rightarrow \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\lambda^2}{8} \quad \text{daar } \Phi \rightarrow 8,0 \dots \dots \dots (10b)$$

Tabel II.

$\vartheta = \frac{l_c}{L}$	Θ	Ξ	Φ	$\frac{1}{\Xi} + \frac{1}{\Phi}$
1,0	0	∞	9,87(= π^2)	0,1015
0,9	0,156	51,0	9,49	0,1251
0,85	0,234	30,5	9,30	0,1406
0,8	0,309	20,4	9,14	0,1585
0,7	0,454	10,64	8,85	0,2070
0,6	0,588	6,05	8,62	0,2815
0,5	0,707	3,48	8,42	0,406
0,4	0,809	1,95	8,26	0,635
0,3	0,891	1,00	8,15	1,123
0	1,000	0	8,00	∞

Deze uitbuiging stemt overeen met die welke optreedt bij een staaf die over zijn gehele lengte (l) door een constant buigend moment M wordt belast, immers:

$$\frac{f}{h_t} = \frac{Ml^2}{8EI h_t} = -\frac{d^2y}{dx^2} \cdot \frac{l^2}{8h_t} = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{8} \left(\frac{l}{h_t} \right)^2$$

In de evenwichtsvoorwaarden (3) en (4) dient de waarde van y_m/h_t te worden ingevuld zoals deze wordt gegeven door de verg. (8) of (8a), waarmee de invloed van de slankheid is verdisconteerd. Dit leidt tot:

$$\frac{N'}{\sigma_u' b h_t} \left[1 + \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \lambda^2}{\pi^2 \vartheta^2 (\frac{1}{2} - \delta)} \right] = \alpha' + \frac{\alpha' \beta'}{\frac{1}{2} - \delta} + 2 \sigma_a' \frac{\omega'}{\sigma_u'} \quad \dots \dots \dots (3')$$

$$\frac{N'}{\sigma_u' b h_t} \left[1 - \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \lambda^2}{\pi^2 \vartheta^2 (\frac{1}{2} - \delta)} \right] = \alpha' - \frac{\alpha' \beta'}{\frac{1}{2} - \delta} + 2 \sigma_a' \frac{\omega}{\sigma_u'} \quad \dots \dots \dots (4')$$

Wanneer alle afmetingen van een constructiedeel zijn gegeven (dus ω , ω' , b , h_t , l_c en d) en tevens e_0 en σ_u' , dan resteren in de verg. (3'), (4') en (9) nog 4 onbekenden t.w. N' , ε_1 , ε_2 en ϑ . (Opgemerkt wordt dat α' , β' , σ_a en σ_a' alleen afhankelijk zijn van ε_1 en ε_2 , terwijl Ξ uitsluitend een functie van ϑ is.) Wordt op het constructiedeel een gegeven belasting N' aangebracht dan kunnen met deze vergelijkingen dus de bijbehorende waarden van ε_1 , ε_2 en ϑ worden berekend. Elke andere waarde van N' leidt tot andere waarden van ε_1 , ε_2 en ϑ . In fig. 5a is schematisch het verband tussen N' , ε_1 en ε_2 aangegeven.

1.1.3 Breukbelasting

Zoals uit fig. 5a blijkt kan boven een bepaalde topwaarde N_{br}' niet meer aan de evenwichtsvoorwaarden worden voldaan. De waarde N_{br}' stelt dus blijkbaar de breukdrukkracht voor. In vele gevallen, vooral bij grotere waarden van de slankheid en van de begin-excentriciteit zal bij het bereiken van N_{br}' de waarde van ε_2 kleiner zijn dan de maximale betonstuik $\varepsilon_u' = 3,50/_{00}$. Bij kleine waarden van λ en/of van e_0 kan echter ε_2 wel de waarde van ε_u' bereiken. In de fig. 5b en 5c is van beide mogelijkheden een voorbeeld gegeven. (De gegevens voor deze grafieken zijn ontleend aan modelproeven – zie 1.3.1).

In het geval dat de maximale betonstuik wordt bereikt, is dit het criterium voor de breukdrukkracht N_{br}' . In het andere geval zou, om de waarde van N_{br}' te bepalen, kunnen worden gesteld:

$$\frac{dN'}{d\varepsilon_1} = 0 \quad \text{of} \quad \frac{dN'}{d\varepsilon_2} = 0, \quad \text{dan wel} \quad \frac{dN'}{d(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)} = 0 \quad \dots \dots \dots (11)$$

Verg. (11) zou dan met de verg. (3'), (4') en (9) voldoende zijn (4 verg. met 4 onbekenden) om N_{br}' te bepalen. Deze oplossingsmethode blijkt echter in de praktijk tot zeer onoverzichtelijke en vrijwel onoplosbare vergelijkingen te leiden. Om deze reden is gezocht naar een andere werkwijze. Toegepast is de volgende: gesteld werd een constructiedeel met gegeven afmetingen (dus ω , ω' , b , h_t , l_c en d bekend), evenals σ_u' . In de verg. (3'), (4') en (9) resteren dan nog 5 onbekenden t.w. N' , ε_1 , ε_2 , ϑ en e_0 . Vervolgens werd uitgegaan van een aantal systematisch gekozen vervormingstoestanden. Elke vervormingstoestand werd vastgelegd door een waarde van ε_2 (verkorting) te kiezen tussen $3,50/_{00}$ (max. betonstuik) en $0,250/_{00}$. Voorts werd per waarde van ε_2 de waarde van ε_1 gevarieerd van $3,50/_{00}$ (max. betonstuik) tot, in sommige gevallen, een

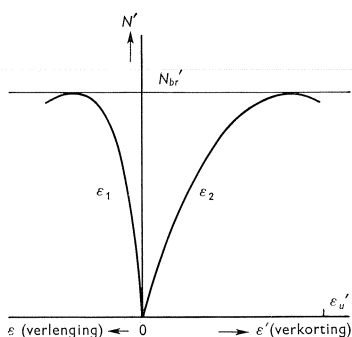
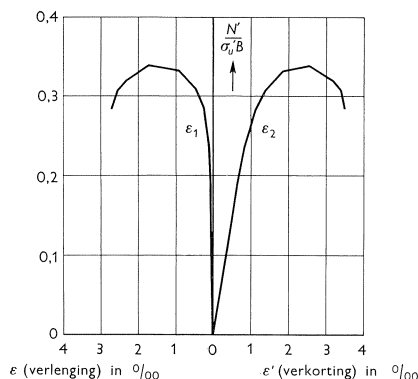
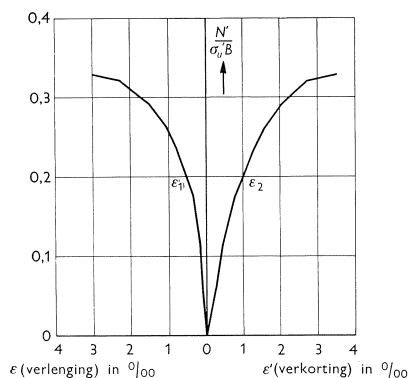


Fig. 5a. Schematisch verband tussen N' , ε_1 en ε_2 .

Fig. 5b. Verband tussen N' , ε_1 en ε_2 volgens uit een modelproef (zie 1.3.1) voor een constructiedeel met cirkelvormige doorsnede ($h_t = 25$ cm; $l_c = 500$ cm; $l_c/h_t = 20$; QR(n) 40; $\omega_t'/\sigma_u' = 1 \cdot 10^{-4}$ cm²/kgf; $e_0 = 5$ cm; $d = 3,75$ cm).

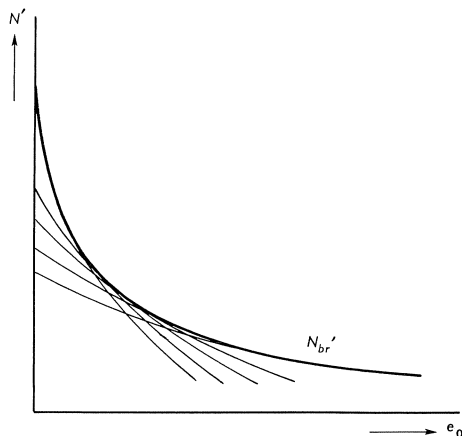
Fig. 5c. Verband tussen N' , ε_1 en ε_2 volgens uit een modelproef (zie 1.3.1) voor een constructiedeel met rechthoekige doorsnede ($h_t = 30$ cm; $b = 20$ cm; $l_c = 900$ cm; $l_c/h_t = 30$; QR(n) 40; $\omega/\sigma_u' = \omega'/\sigma_u' = 0,5 \cdot 10^{-4}$ cm²/kgf; $e_0 = 6$ cm; $d = 3$ cm).



verlenging van 300/00. Hiermede werd dus het gehele gebied van mogelijke vervormingstoestanden bestreken. Voor een aangenomen vervormingstoestand zijn uit de vergelijkingen (3') en (4') de waarden van $N'/\sigma_u' b h_t$ en ϑ te bepalen. Hiermede is de waarde van Ξ (tabel II) bekend en kan met verg. (9) e_0/h_t worden berekend. Door de willekeurige onderstelling over de vervormingstoestand zal de gevonden waarde van N' in het algemeen geen maximum betekenen bij de gevonden waarde van e_0 . Echter, in een grafiek kan het verband tussen N' en e_0 worden uitgezet behorende bij een bepaalde waarde van ε_2 . Op deze wijze kunnen in deze grafiek meerdere lijnen worden geformeerd. Het blijkt dat alle lijnen samen aanleiding geven tot een omhullende, die dus blijkbaar het verband aangeeft tussen N_{br}' en e_0 . Dit is schematisch in fig. 6 aangegeven.

Op deze wijze is de breukdrukkracht N_{br}' als functie van de begin-excentriciteit e_0 berekend voor de waarden van l_c/h_t gelijk aan resp. 0, 10, 20 en 30 in 32 gevallen, samengesteld uit de volgende mogelijkheden:

Fig. 6. Omhullende, geformeerd door lijnen van gelijke waarde van ε_s , en aangevende het verband tussen de breukbelasting N_{br}' en de begin-excentriciteit e_0 voor een constructiedeel met gegeven afmetingen.



- a. vorm van de doorsnede: rechthoekig en cirkelvormig;
- b. wapening:

1. kwaliteit: QR 24 en QR(n) 40

2. hoeveelheid:

rechthoekig: 4 gevallen met symmetrische wapening
4 gevallen met asymmetrische wapening

cirkelvormig: 4 gevallen met symmetrische wapening

3. betondekking:

rechthoekig: $d = 0,1h_t$

cirkelvormig: $d = 0,05$ en $0,15h_t$

De uitkomsten van deze berekeningen zijn gegeven (met getrokken lijnen-basistheorie) in de fig. 7 t/m 38. In de fig. 39 en 40 zijn nog enkele aanvullende resultaten van constructiedelen met cirkelvormige doorsnede weergegeven.

In de gevallen dat $A \neq A'$ blijkt dat de maximale waarde van N_{br}' wordt bereikt voor $e_0 \neq 0$. Dit is eenvoudig in te zien in het geval $\lambda = 0$. De hoogste belasting die op een constructiedeel kan worden bereikt is die waarbij over de gehele doorsnede de samendrukking de waarde van $\varepsilon_u' = 3,50/00$ heeft. In dit geval is in verg. (1) de waarde van $\alpha' = 1$, terwijl $\sigma_a = \sigma_a' = \sigma_e'$ zodat:

$$\frac{N_{br}'}{\sigma_u' b h_t} = 1 + \frac{\omega' + \omega}{\sigma_u'} \sigma_e'$$

Daar in verg. (2) $\beta' = 0$ (D_b grijpt centrisch aan) en dus $\alpha'\beta' = 0$, wordt (2):

$$\frac{N_{br}'}{\sigma_u' b h_t} \cdot \frac{y_m}{h_t} = \frac{\omega' - \omega}{\sigma_u'} \sigma_e' \left(\frac{1}{2} - \delta \right)$$

In het geval $\lambda = 0$ treedt geen uitbuiging op, zodat $y_m = e_0$ of:

$$\frac{N_{br}'}{\sigma_u' b h_t} \cdot \frac{e_0}{h_t} = \frac{\omega' - \omega}{\sigma_u'} \sigma_e' \left(\frac{1}{2} - \delta \right)$$

doorlezen op blz. 155

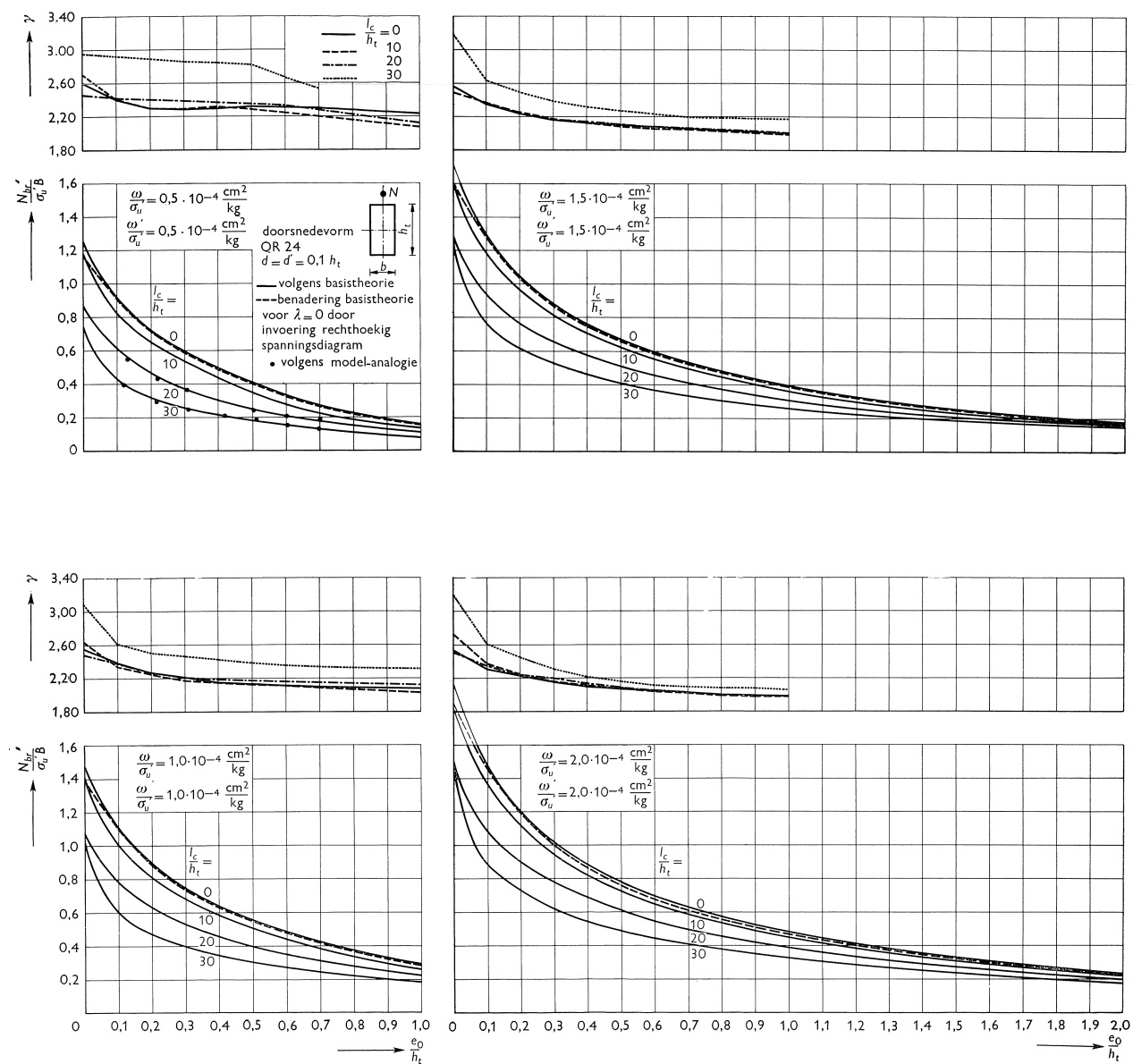


Fig. 7 t/m 10. Verloop van de breukbelasting N_{br}' en van de veiligheidscoëfficiënt γ tegen bezwijken als functie van de begin-excentriciteit e_0 .

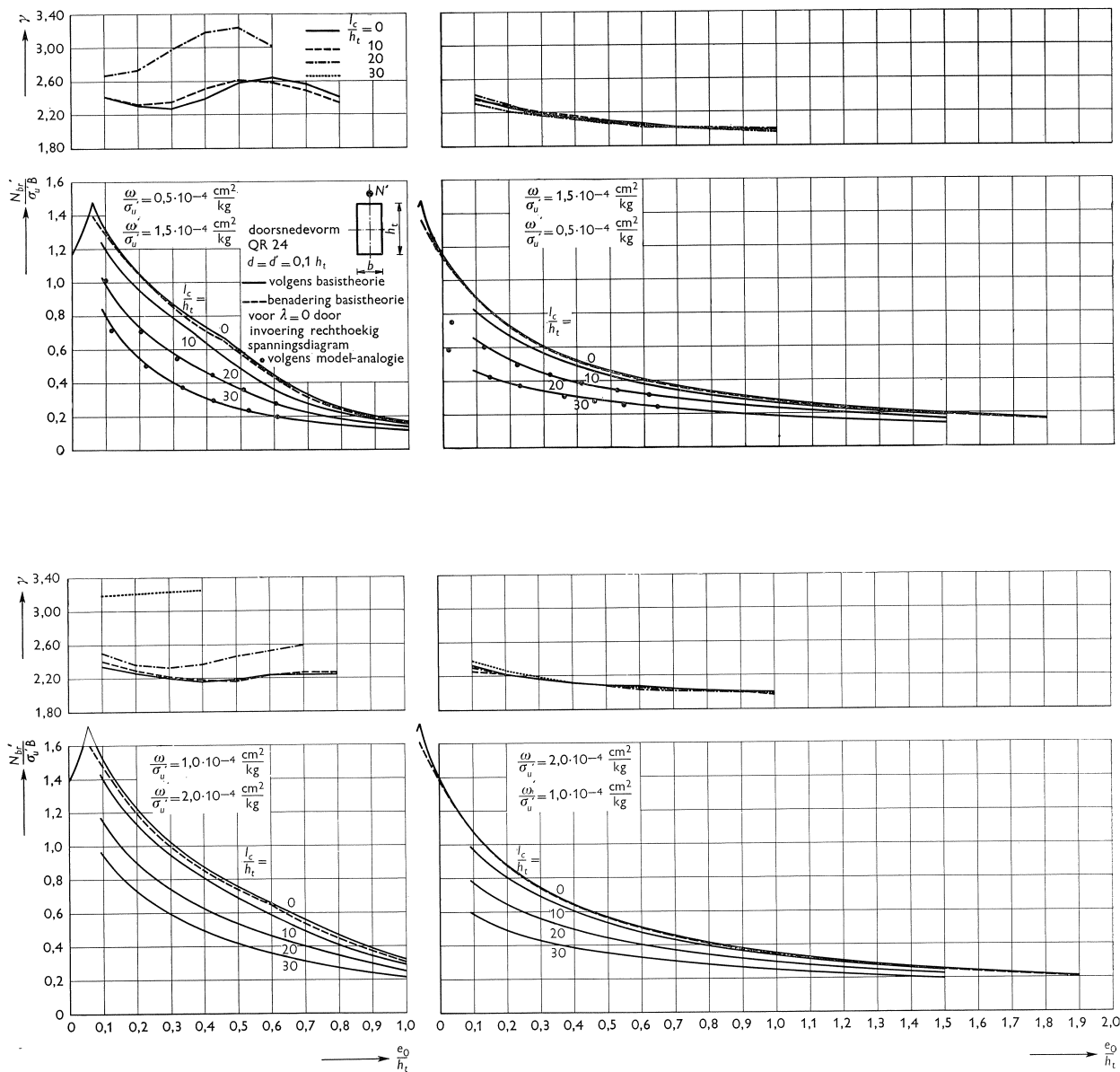


Fig. 11 t/m 14. Verloop van de breukbelasting N_{br}' en van de veiligheidscoëfficiënt γ tegen bezwijken als functie van de begin-excentriciteit e_0 .

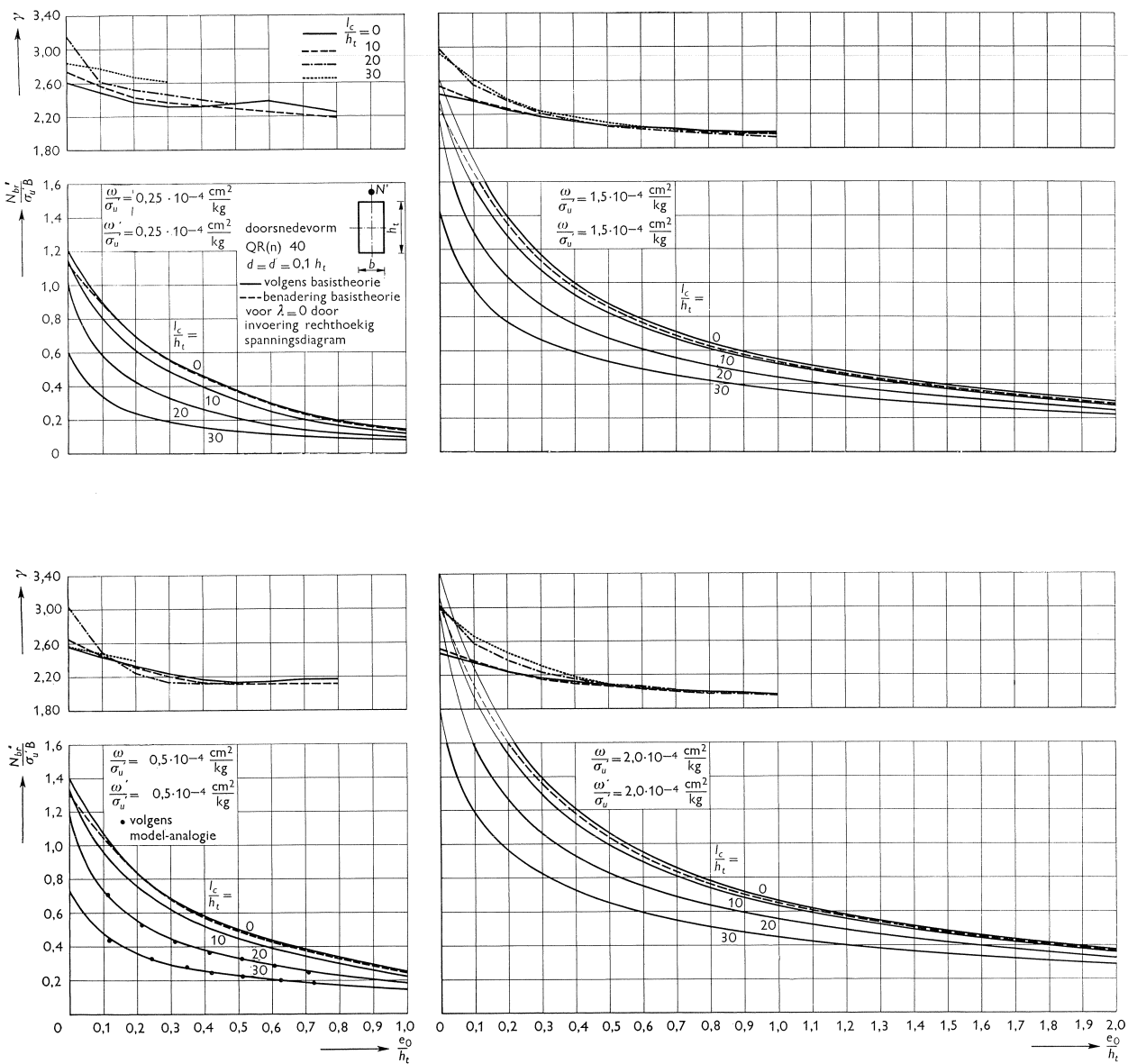


Fig. 15 t/m 18. Verloop van de breukbelasting N_{br}' en van de veiligheidscoëfficiënt γ tegen bezwijken als functie van de begin-excentriciteit e_0 .

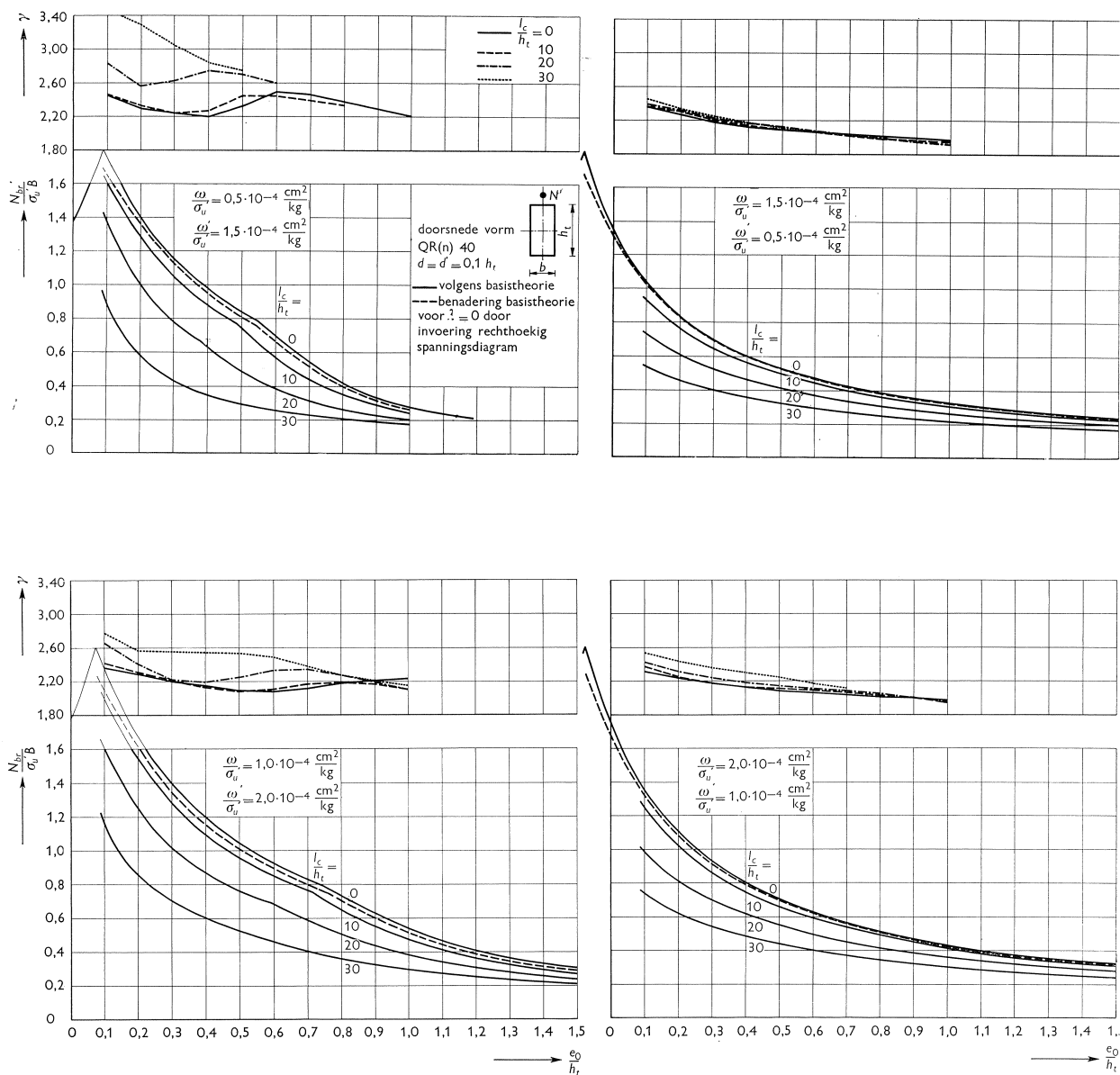


Fig. 19 t/m 22. Verloop van de breukbelasting N_{br}' en van de veiligheidscoëfficiënt γ tegen bezwijken als functie van de begin-excentriciteit e_0 .

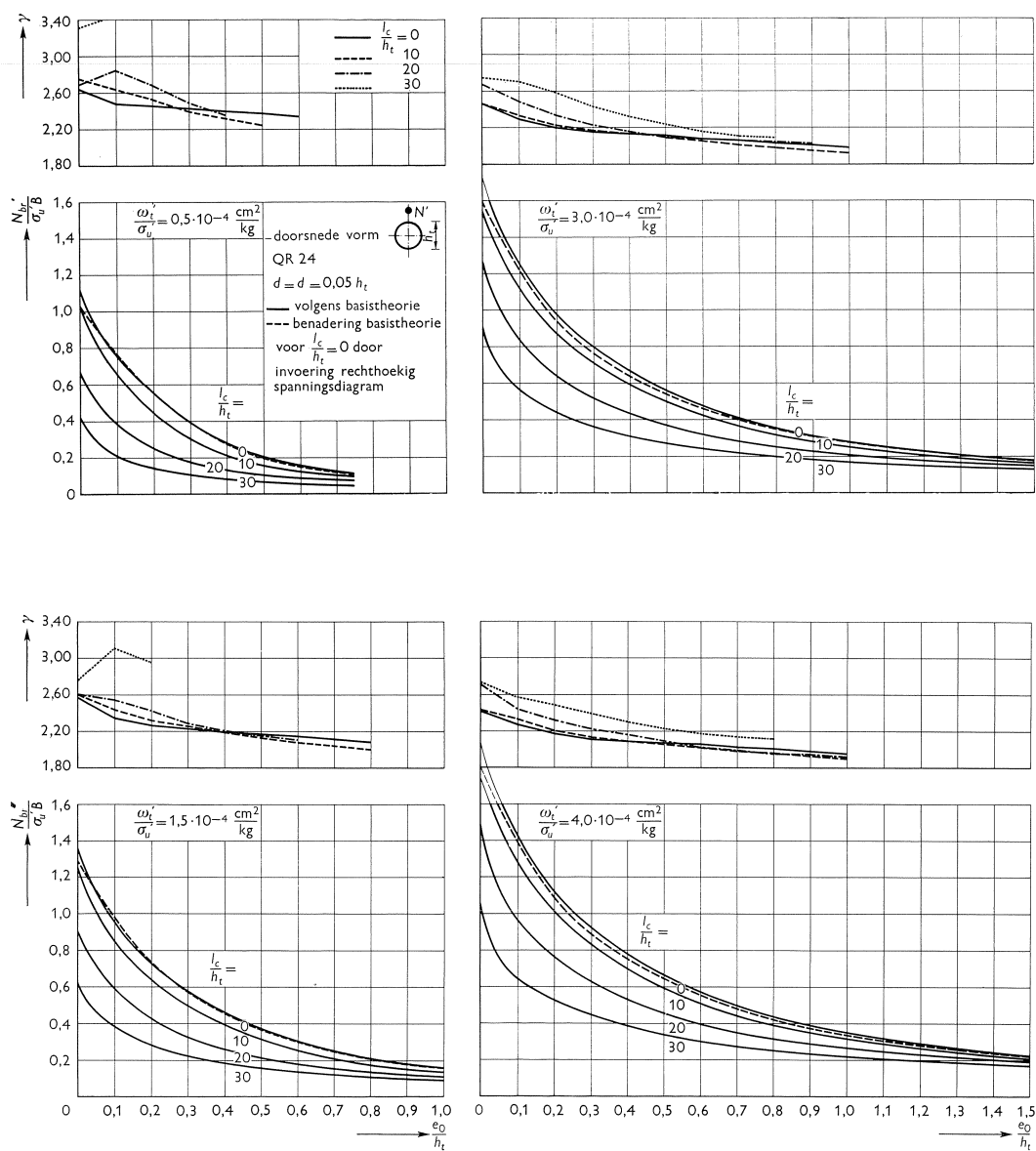


Fig. 23 t/m 26. Verloop van de breukbelasting N'_{br} en van de veiligheidscoëfficiënt γ tegen bezwijken als functie van de begin-excentriciteit e_0 .

N.B. In fig. 23 te lezen $d = d' = 0,05 h_t$.

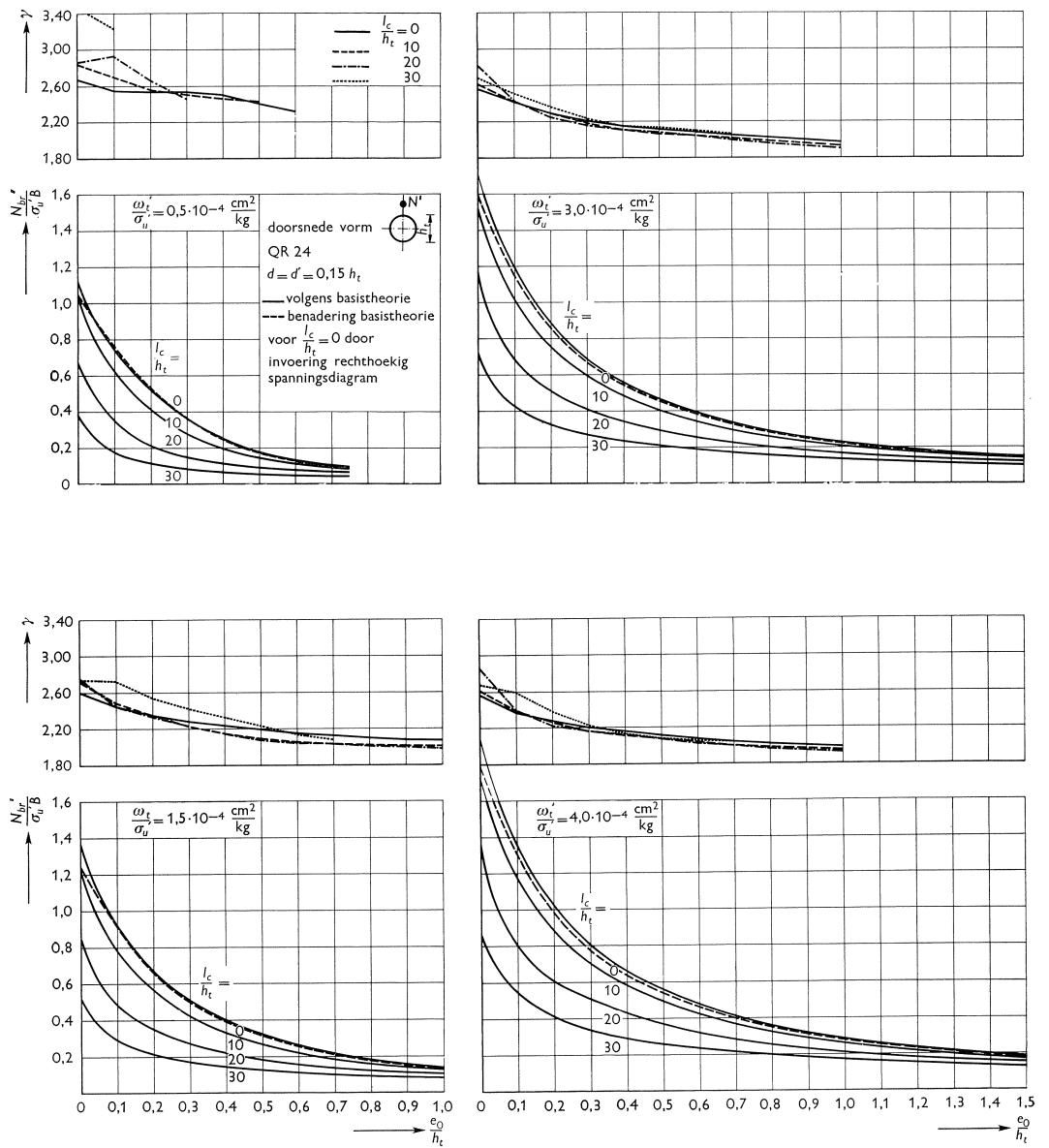


Fig. 27 t/m 30. Verloop van de breukbelasting N_{br}' en van de veiligheidscoëfficiënt γ tegen bezwijken als functie van de begin-excentriciteit e_0 .

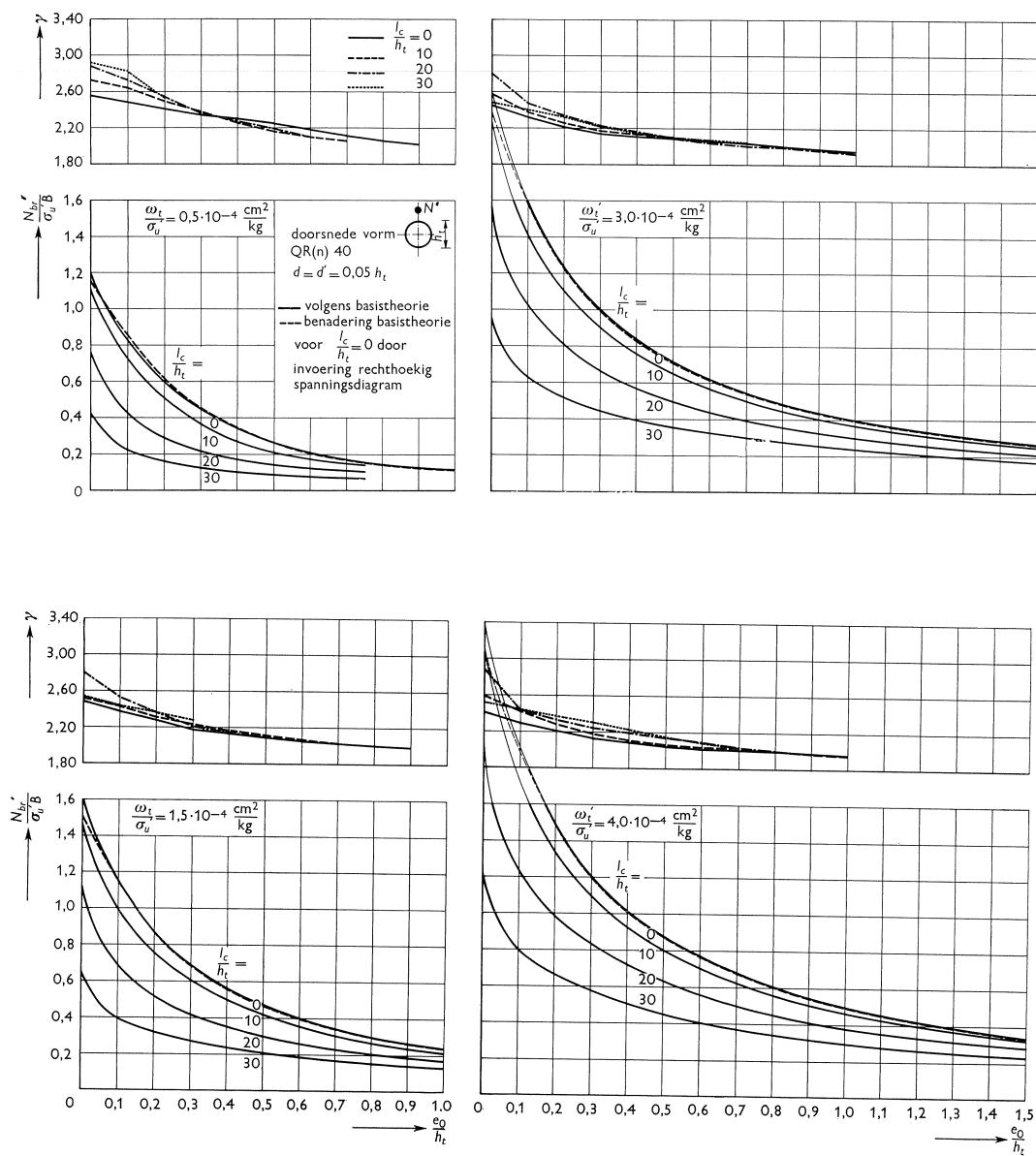


Fig. 31 t/m 34. Verloop van de breukbelasting N_{br}' en van de veiligheidscoëfficiënt γ tegen bezwijken als functie van de begin-excentriciteit e_0 .

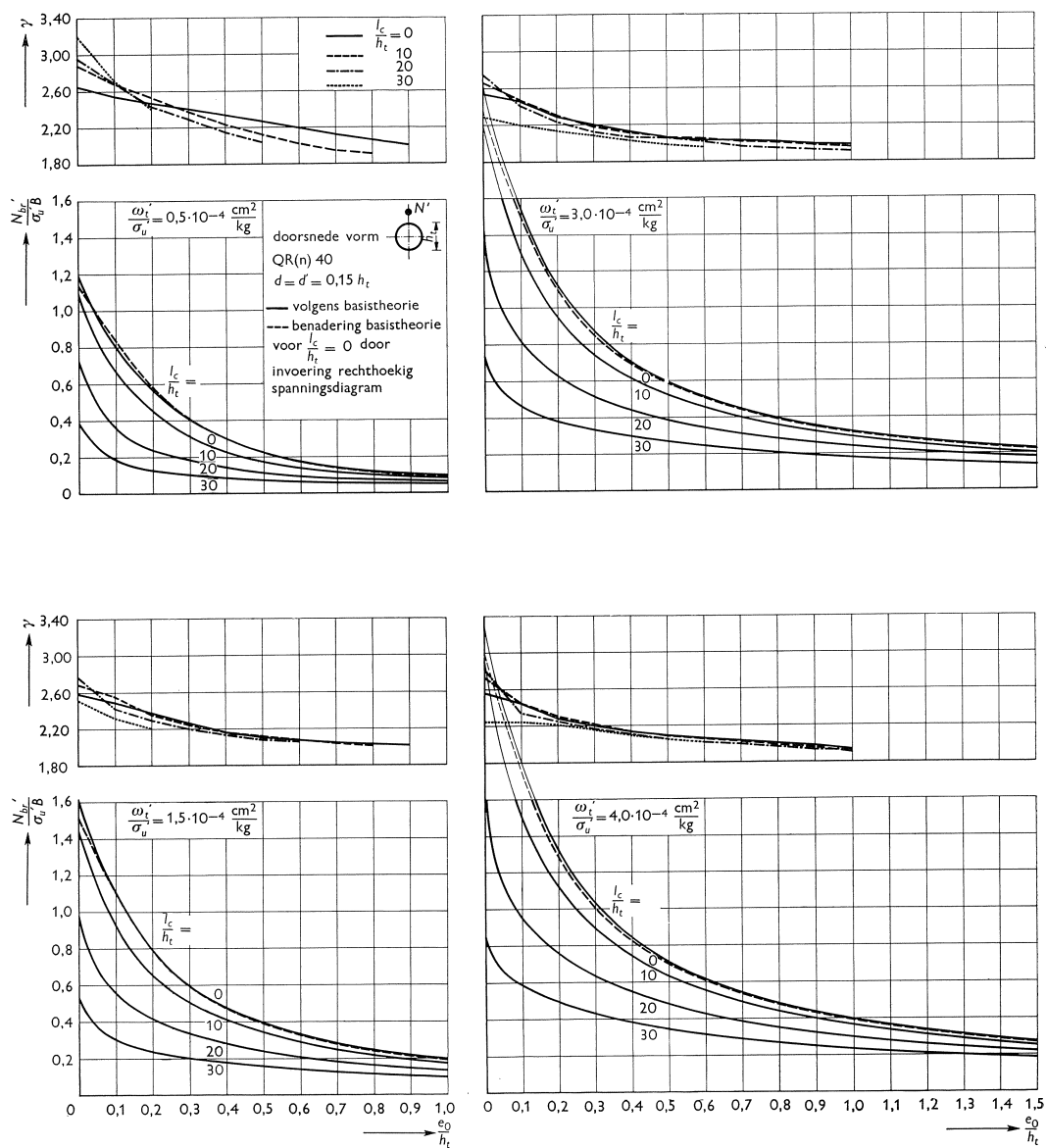


Fig. 35 t/m 38. Verloop van de breukbelasting N'_{br} en van de veiligheidscoëfficiënt γ tegen bezwijken als functie van de begin-excentriciteit e_0 .

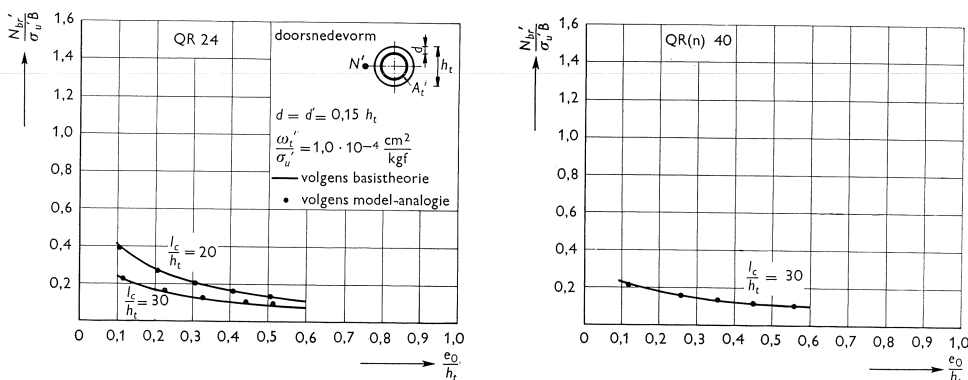


Fig. 39 en 40. Verloop van de breukbelasting N_{br}' als functie van de begin-excentriciteit e_0 .

Hierin zijn zowel de waarde van het rechterlid ($\omega' \neq \omega$) als de waarde van $N_{br}' / \sigma_u' b h_t$ ongelijk nul, zodat ook $e_0 / h_t \neq 0$. Is $\omega' > \omega$, dan zal $e_0 / h_t > 0$, zodat de top van de lijn voor $\lambda = 0$ rechts van de oorsprong is gelegen; in het geval $\omega' < \omega$ is deze top uiteraard links gelegen. Voor andere waarden van λ gelden dezelfde overwegingen.

Opmerking. In geval van een niet constante excentriciteit over de lengte van een constructie-deel (zie fig. 41) kan van de beschreven oplossingsmethode eveneens gebruik worden gemaakt. Als wordt gesteld dat $e_w = \kappa e_v$ (waarbij wordt aangenomen dat $e_v \geq e_w$ en dus $\kappa \leq 1$), dan kan worden geschreven:

$$e_v = y_m \cos \frac{\pi l_v}{L} = y_m \cos \pi \vartheta_v \quad \dots \quad (12)$$

waarin $l_v / L = \vartheta_v$

$$\text{en} \quad e_w = \kappa e_v = y_m \cos \frac{\pi l_w}{L} = y_m \cos \pi \vartheta_w \quad \dots \quad (13)$$

waarin $l_w / L = \vartheta_w$.

Hieruit volgt tevens: $\vartheta_v + \vartheta_w = \frac{l_v + l_w}{L} = \frac{l_c}{L} = \vartheta$.

Uit de verg. (12) en (13) kan worden afgeleid

$$\kappa y_m \cos \pi \vartheta_v = y_m \cos \pi \vartheta_w = y_m \cos \pi (\vartheta - \vartheta_v)$$

of $\kappa \cos \pi \vartheta_v = \cos \pi \vartheta \cos \pi \vartheta_v + \sin \pi \vartheta \sin \pi \vartheta_v$

$$\text{zodat} \quad \text{tg } \pi \vartheta_v = \frac{\kappa - \cos \pi \vartheta}{\sin \pi \vartheta} \quad \dots \quad (14)$$

Voor een aangenomen vervormingstoestand, weer gekarakteriseerd door ϵ_1 en ϵ_2 , zijn de waarden van N' en y_m op te lossen b.v. uit de verg. (3 en 4). Met behulp van verg. (8) is de bijbehorende waarde van ϑ te berekenen. Voor een gegeven waarde van κ is met verg. (14) dus de waarde van ϑ_v te bepalen, waarmede tevens ϑ_w bekend is. Uit de verg. (12 en 13) volgen dan de waarden van e_v en e_w . Op de reeds beschreven wijze kunnen omhullenden worden bepaald, die het verband aangeven tussen N_{br}' en b.v. e_v voor een gegeven waarde van κ .

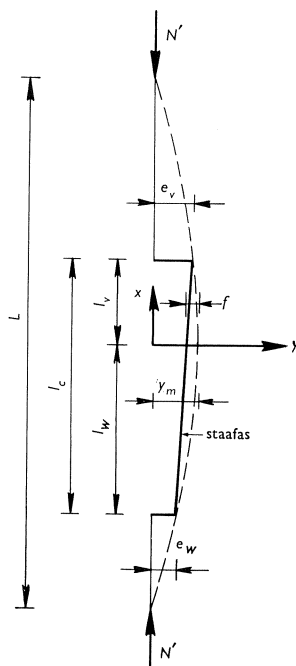


Fig. 41. Uitbuiging van een excentrisch belaste staaf met niet constante begin-excentriciteit langs de staafas.

1.1.4 Invloed van het σ - ε -diagram van het beton op de breukbelasting
Teneinde enige indruk te hebben van de invloed van het σ - ε -diagram van het beton op de breukbelasting is voor $\lambda = 0$ in enkele gevallen het verband tussen N_{br}' en e_0 berekend, zowel met het diagram van fig. 1b als met het diagram van fig. 42. Dit laatste zou het σ - ε -diagram kunnen voorstellen bij een proef met kort durende belasting, waarbij ook de spreiding in de sterkte niet in rekening is gebracht. ($\sigma_u' = \text{prismadruksterkte} \approx 0,85 \sigma_{w28}'$ - zie 1.1.1). Uit de fig. 43a en b blijkt dat voor kleine waarden van e_0 het verschil behoorlijk is, doch dat dit verschil, zowel absoluut als relatief, kleiner wordt bij toenemende waarde van e_0 . Gesteld kan worden dat men met het σ - ε -diagram volgens fig. 1b aan de veilige kant blijft.

1.2 Breukbelasting van een centrish gedrukt constructiedeel

Voor de berekening van een centrish gedrukt constructiedeel is in eerste instantie toegepast de kniktheorie van ENGESSER-SHANLEY, die gebruik maakt van de tangent-modulus. De bij een spanning σ behorende tangent-modulus

Fig. 42. Aangenomen σ - ε -diagram.

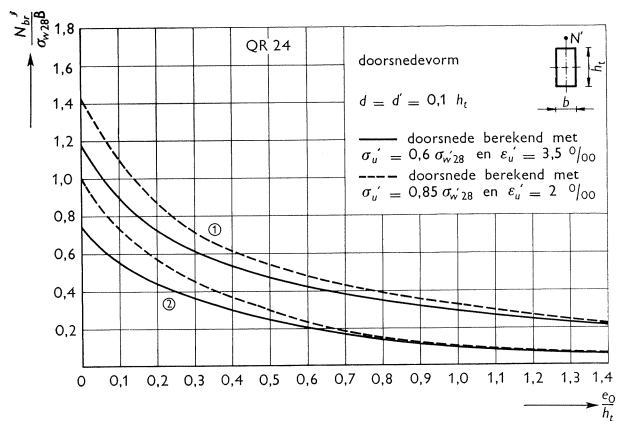
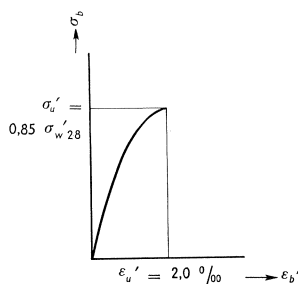
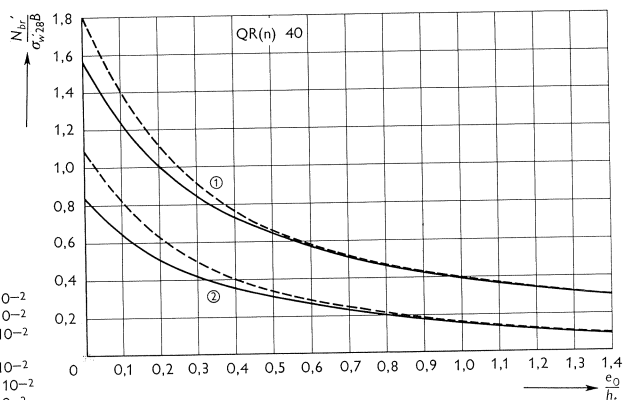


Fig. 43a en b. Invloed van het σ - ε -diagram van het beton op de breukbelasting N_{br}' voor $\lambda = 0$

①	$\omega = \omega' = 1,2 \cdot 10^{-4} \sigma_{w28}'$	K 160 $\omega = \omega' = 1,92 \cdot 10^{-2}$ K 225 $\omega = \omega' = 2,70 \cdot 10^{-2}$ K 300 $\omega = \omega' = 3,60 \cdot 10^{-2}$
②	$\omega = \omega' = 0,3 \cdot 10^{-4} \sigma_{w28}'$	K 160 $\omega = \omega' = 0,48 \cdot 10^{-2}$ K 225 $\omega = \omega' = 0,675 \cdot 10^{-2}$ K 300 $\omega = \omega' = 0,90 \cdot 10^{-2}$



wordt gegeven door $E = d\sigma/d\varepsilon$ (zie fig. 44). Geldt voor een materiaal de wet van Hooke, dan is de waarde van E onafhankelijk van de grootte van de spanning. De theorie van ENGESSER-SHANLEY leidt tot de kleinste mogelijke waarde van de knikkracht.

Voor een constructiedeel met rechthoekige doorsnede dat aan beide einden scharnierend is bevestigd, geldt:

$$N_k' = \frac{\pi^2 EI}{l_c^2} \quad \dots \quad (15)$$

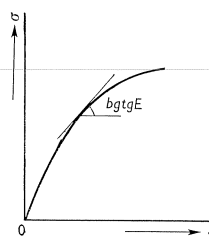


Fig. 44. Definitie tangent-modulus.

waarin dus E de tangent-modulus voorstelt. Voorts is ook:

$$N_k' = \sigma_b' \cdot b h_t + A_t' \sigma_a' \quad \dots \quad (16)$$

waarin A_t' de totale hoeveelheid wapening voorstelt die gelijkmatig langs de zijden b verdeeld is gedacht (zie fig. 45). De grootheden E , σ_b' en σ_a' zijn alle functies van de vervorming ε' die, bij centrische belasting, uiteraard constant is over de doorsnede. Door gelijkstelling van (15) en (16) ontstaat een vergelijking in ε' . De waarde van ε' is voor een constructiedeel met gegeven afmetingen te berekenen. De waarde van N_k' is dan vervolgens te bepalen.

De tweedegraads parabool van fig. 1b, die het σ - ε -diagram voorstelt van beton, voldoet aan:

$$\sigma_b' = \sigma_u' \frac{\varepsilon'}{\varepsilon_u'} \left(2 - \frac{\varepsilon'}{\varepsilon_u'} \right) = \sigma_u' (2\eta - \eta^2)$$

waarin $\eta = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon_u'}$

Hieruit kan de tangent-modulus worden afgeleid, immers:

$$E = \frac{d\sigma_b'}{d\varepsilon'} = \frac{2\sigma_u'}{\varepsilon_u'} - 2\sigma_u' \frac{\varepsilon'}{\varepsilon_u'^2} = 571,43\sigma_u' (1 - \eta)$$

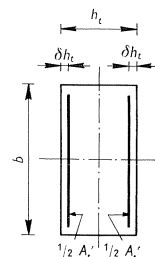


Fig. 45.

als $\varepsilon_u' = 3,50/00$.

Als het staal niet vloeit, is voor een constructiedeel met rechthoekige doorsnede en een staalhoeveelheid $A_t' = \omega_t' b h_t$:

$$EI = \frac{571,43\sigma_u' (1 - \eta)}{12} b h_t^3 + \omega_t' b h_t (0,5 h_t - \delta h_t)^2 \cdot E_a'$$

waarin $E_a' = 2,1 \cdot 10^6$ kgf/cm², zodat:

$$EI = \sigma_u' b h_t^3 \left[47,619 - 47,619\eta + 2,1 \cdot 10^6 \frac{\omega_t'}{\sigma_u'} (0,5 - \delta)^2 \right] = \sigma_u' b h_t^3 \cdot K$$

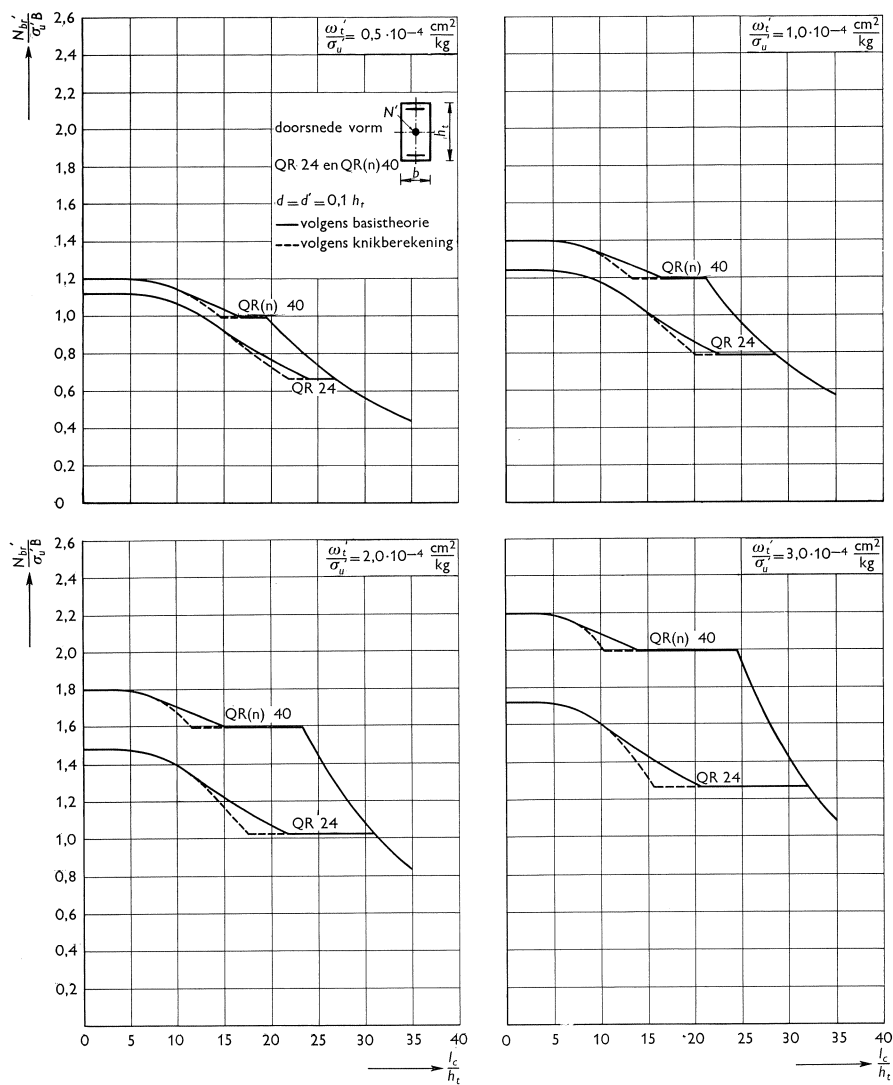
Deze waarde ingevuld in verg. (15) leidt tot:

$$N_k' = \frac{\pi^2 \sigma_u' b h_t^3}{l_c^2} \cdot K \quad \text{of}$$

$$\frac{N_k'}{\sigma_u' b h_t} = \frac{9,8696}{\lambda^2} \cdot K \dots \dots \dots (17)$$

waarin $\lambda = l_c/h_t$

Fig. 46 t/m 50. Verloop van de breukbelasting N_{br}' als functie van de slankheid λ voor $e_0=0$.



Verg. (16) kan als volgt worden geschreven:

$$N_k' = \sigma_u' (2\eta - \eta^2) b h_t + \omega_t' b h_t \varepsilon' E_a'$$

of als $\varepsilon' = \eta \cdot \varepsilon_u' = \eta \cdot 3,5 \cdot 10^{-3}$:

$$\frac{N_k'}{\sigma_u' b h_t} = 2\eta - \eta^2 + 7350 \eta \frac{\omega_t'}{\sigma_u'} \dots \dots \dots (18)$$

Gelijkstelling van verg. (17) en verg. (18) geeft:

$$\eta^2 - \eta \left(\frac{470}{\lambda^2} + 7350 \frac{\omega_t'}{\sigma_u'} + 2 \right) + \frac{2072,62 \cdot 10^4}{\lambda^2} \cdot \frac{\omega_t'}{\sigma_u'} (0,5 - \delta)^2 + \frac{470}{\lambda^2} = 0 \dots (19)$$

Als ω_t' , λ , δ en σ_u' bekend zijn, kan η en dus ε' uit verg. (19) worden opgelost. Met behulp van verg. (17) of (18) is ook N_k' bekend. Blijkt de waarde van ε' , volgend uit verg. (19) echter groter te zijn dan ε_e' (zie fig. 1a), dan is de oplossing niet juist, daar in dit geval het staal zou vloeien, zodat $\sigma_a' = \sigma_e'$ en $E_a' = 0$. De verg. (17) en (18) gaan dan resp. over in:

$$\frac{N_k'}{\sigma_u' b h_t} = \frac{470}{\lambda^2} (1 - \eta) \dots \dots \dots (17a)$$

$$\frac{N_k'}{\sigma_u' b h_t} = 2\eta - \eta^2 + \sigma_e' \frac{\omega_t'}{\sigma_u'} \dots \dots \dots (18a)$$

Gelijkstelling geeft dan:

$$\eta^2 - \eta \left(\frac{470}{\lambda^2} + 2 \right) - \sigma_e' \frac{\omega_t'}{\sigma_u'} + \frac{470}{\lambda^2} = 0 \dots \dots \dots (19a)$$

Voor constructiedelen met cirkelvormige doorsnede kan uiteraard eenzelfde beschouwing worden opgezet. Voor de volgende 13 gevallen zijn berekeningen uitgevoerd en de resultaten weergegeven in de fig. 46 t/m 58 (knikberekening):

- a. rechthoekige doorsnede: 5 gevallen met symmetrische wapening met $d = 0,1h_t$;
- b. cirkelvormige doorsnede: 4 gevallen met symmetrische wapening met $d = 0,05h_t$ en 4 gevallen met $d = 0,15h_t$.

Bekend is dat bij belastingen groter dan de knikkrachten berekend volgens ENGESSER-SHANLEY nog

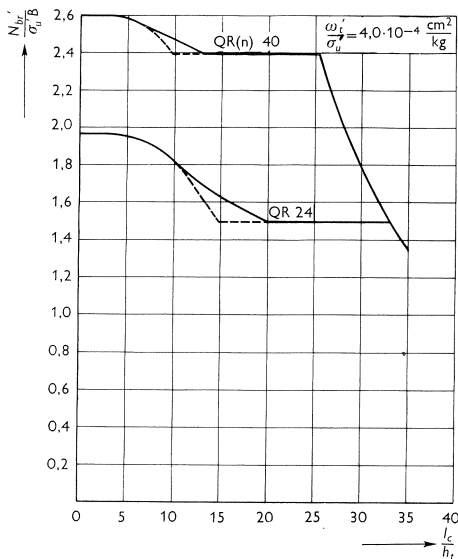
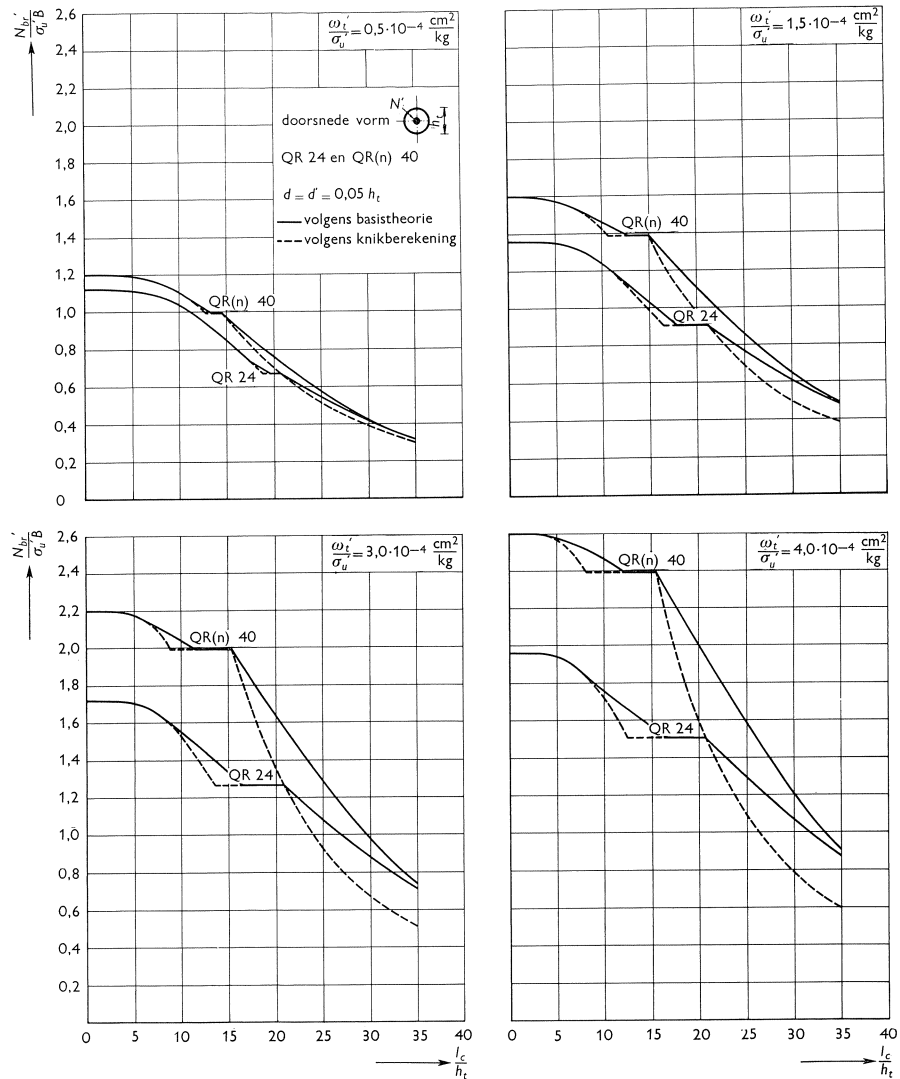


Fig. 50.

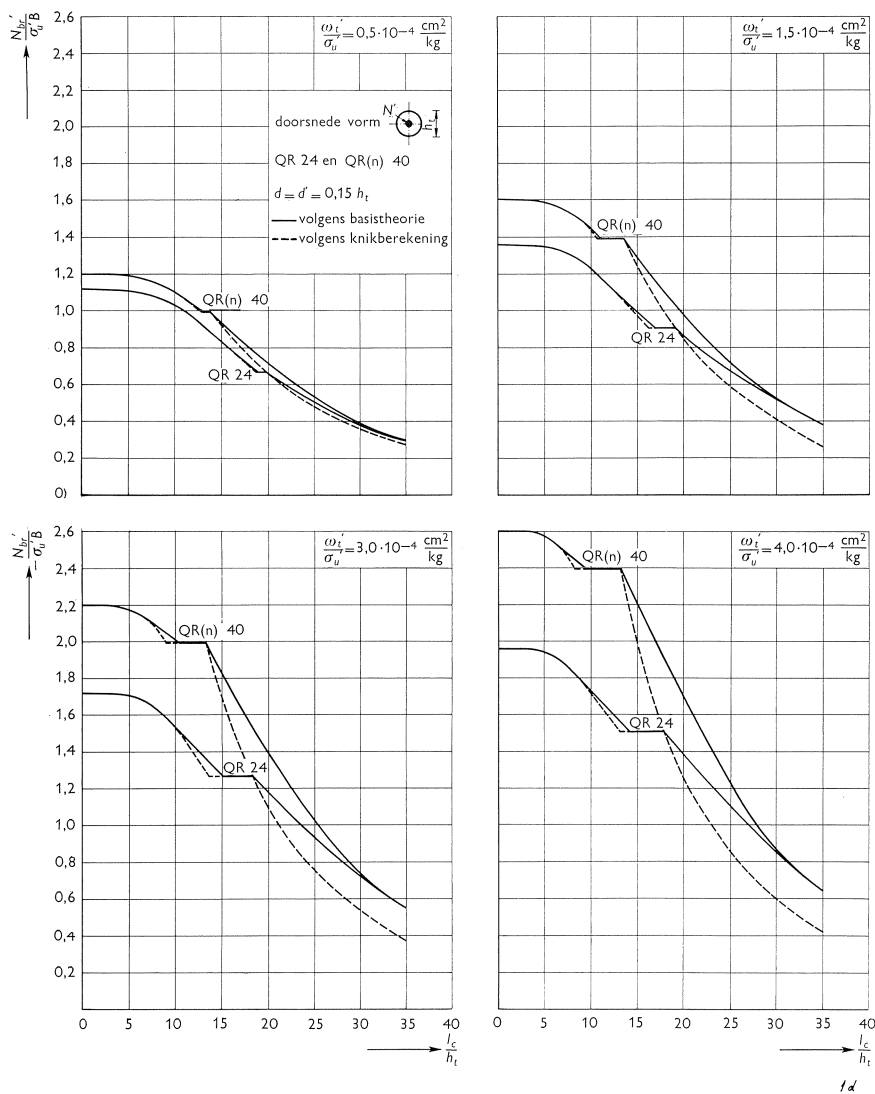
stabiele evenwichtstoestanden $y_m \neq 0$ kunnen optreden. Uitgaande van de theorie van de excentrisch gedrukte constructiedelen zijn voor $e_0 \rightarrow 0$ de grootste waarden van deze belastingen berekend. In de fig. 46 t/m 58 zijn deze belastingen eveneens opgenomen. In sommige gevallen, b.v. bij de cirkelvormige constructiedelen met een grote hoeveelheid wapening, bleken deze belastingen behoorlijk groter te zijn dan de berekende knikkrachten; in andere

Fig. 51 t/m 54. Verloop van de breukbelasting N_{br}' als functie van de slankheid λ voor $e_0=0$.



gevallen bleken de knikkrachten de maximale belastingen te vormen. De getrokken lijnen in de genoemde figuren geven deze maximale belastingen aan (die weer N_{br}' zijn genoemd) als functie van λ . De in deze figuren voorkomende waarden van N_{br}' bij resp. $\lambda = 0, 10, 20$ en 30 corresponderen, in overeenkomstige gevallen, uiteraard met die waarden welke de beginpunten vormen ($e_0 = 0$) van de verschillende λ -lijnen in de fig. 7 t/m 40.

Fig. 55 t/m 58. Verloop van de breukbelasting N_{br}' als functie van de slankheid λ voor $e_0 = 0$.



1.3 Experimentele resultaten

1.3.1 Model-analogie

Teneinde de uitkomsten van de berekeningen, zoals deze in de fig. 7 t/m 40 zijn weergegeven, te verifiëren is gebruik gemaakt van een model-analogie die zal worden beschreven in een volgende aflevering van dit orgaan. Bij deze model-analogie is van dezelfde onderstellingen uitgegaan als bij de berekeningen. In verschillende figuren zijn de uitkomsten van de modelproeven met stippen aangegeven. De overeenkomst met de berekeningen is goed. Hierna zijn de langdurig belaste kolommen van GAEDE – D.A.f.S. Heft 129 – met de beschreven theorie nagerekend en met de model-analogie geverifieerd (zie 1.3.2). Vervolgens zijn enkele kolommen met T-vormige en met trapeziumvormige doorsnede berekend en met modelproeven nagegaan (zie 1.4.3).

1.3.2 Proeven van GAEDE en van het Instituut

Daar de beschreven theorie mede is gebaseerd op verschillende onderstellingen, leek het nuttig de uitkomsten van deze theorie te toetsen aan proefresultaten van langdurig belaste constructiedelen. Helaas zijn weinig onderzoeken bekend waarbij constructiedelen met redelijke waarden van de slankheid ¹⁾ aan een dergelijke belasting zijn onderworpen. Uit de hierna te beschrijven onderzoeken konden enkele gegevens worden geput.

De proeven van GAEDE werden verricht aan kolommen overeenkomstig als is geschetst in fig. 59a. Het onderzoek bestond uit 2 series, t.w. serie I, waarbij $e_0/h_t = 0,2$ en serie II, waarbij $e_0/h_t = 0,5$. In tabel III worden enkele gegevens verstrekt, ontleend aan de meer genoemde bron.

Tabel III. Gegevens over langdurig belaste kolommen van GAEDE.

kolom no.	$\frac{e_0}{h_t}$	$\lambda = \frac{l_c}{h_t}$	σ_e in kgf/cm ² trekwapening	σ'_e in kgf/cm ² drukwapening	σ'_{ws} in kgf/cm ²	$N_{br'}$ in kgf	$\frac{N_{br'}}{\sigma_u' b h_t}$	ouderdom op tijdstip van belasten in dagen	ouderdom bij bezwijken in dagen	tijdsduur belasting in dagen
I-2	0,2	29,4	3635	3195	255	6330	0,268	28	45	17
I-3	0,2	29,4	3762	3210	278	6500	0,254	28	35	7
I-4	0,2	29,4	2898	2731	398	6820	0,186	28	129	101
I-6	0,2	29,4	3000	2965	394	8060	0,222	25	63	38
I-7	0,2	29,4	2856	2975	382	8150	0,231	28	42 ^{1/2}	14 ^{1/2}
II-1	0,5	29,4	3550	3115	269	2500	0,103	28	137	109
II-2	0,5	29,4	3385	3210	282	3250	0,125	28	566	538
II-3	0,5	29,4	3585	3210	254	3200	0,137	28	563	535

¹⁾ In de J.A.C.I., maart 1956, komt een artikel voor van VIEST, I. M., R. C. ELSTNER en E. HOGNESTAD, getiteld: „Sustained load strength of eccentrically loaded short reinforced concrete columns”. Daar de slankheid slechts ca. 8 bedroeg komt de invloed van deze grootte op de breukbelasting in dit onderzoek o.i. onvoldoende tot zijn recht.

In tabel IV zijn de resultaten van de berekeningen volgens de beschreven theorie aangegeven, evenals de uitkomsten van de model-analogie. Deze uitkomsten zijn tenslotte betrokken op die van GAEDE.

Tabel IV. Vergelijking van $N_{br'}/\sigma_u' bh_t$.

kolom no.	$\frac{N_{br'}}{\sigma_u' bh_t}$ berekend (1)	$\frac{N_{br'}}{\sigma_u' bh_t}$ volgens model (2)	$\frac{N_{br'}}{\sigma_u' bh_t}$ volgens GAEDE (3)	$\frac{(1)}{(3)}$	$\frac{(2)}{(3)}$	tijdsduur belasting in dagen
I-2	0,268	0,271	0,268	1,00	1,01	17
I-3	0,255	0,250	0,254	1,00 ⁵	0,98 ⁵	7
I-4	0,203	0,214	0,186	1,09	1,15	101
I-6	0,206	0,221	0,222	0,93	0,99 ⁵	38
I-7	0,214	0,209	0,231	0,92 ⁵	0,90 ⁵	14 ^{1/2}
II-1	0,149	0,148	0,103	1,44 ⁵	1,43 ⁵	109
II-2	0,142	0,134	0,125	1,13 ⁵	1,07	538
II-3	0,155	0,150	0,137	1,13	1,09	535
gemiddeld (uitgezonderd II-1)				1,03	1,03	
gemiddeld (met II-1)				1,08	1,08	

Het blijkt dat de resultaten van de berekeningen en van de modelproeven vrijwel overeenstemmen. Afwijkingen tussen beide zijn mogelijk door b.v. onnauwkeurigheden in de afmetingen van het model. Behalve in geval van de kolom no. II-1 bestaat een behoorlijke overeenstemming met de uitkomsten van GAEDE. Daar de kolom II-1 wat betreft materiaaleigenschappen gelijkwaardig kan worden gesteld aan de kolommen II-2 en II-3 (zie tabel III) en ook de wijze van belasten identiek was, is het verschil in gedrag tussen II-1 enerzijds en II-2 en II-3 anderzijds uit de gegevens van Heft 129 D.A.f.S. niet te verklaren.

De proeven verricht door het Instituut zijn genomen met kolommen op model-schaal vervaardigd¹⁾. De afmetingen van de kolommen zijn gegeven in fig. 59b. De slankheid $\lambda = l_c/h_t$ bedroeg 27,7 en 37,7.

De vloeigrens van het staal was 3000 kgf/cm² en de gemiddelde kubus-druksterkte na 28 dagen 423 kgf/cm² ($\sigma_u' = 254$ kgf/cm³). Aan de hand van vele proefresultaten kon voor een begin-excentriciteit $e_0/h_t = 0,2$ de maximale

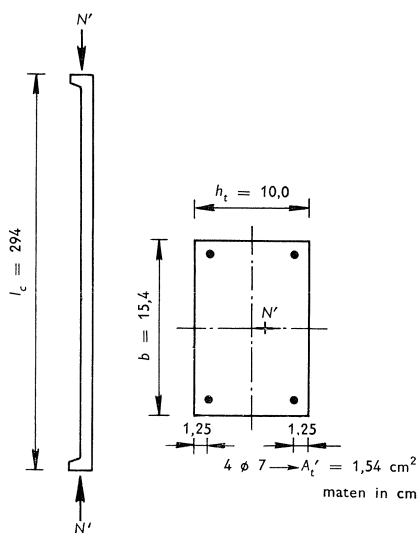


Fig. 59a. Kolommen beproefd door GAEDE (D.A.f.S. Heft 129) – maten in cm.

¹⁾ Zie rapport, vermeld op blz. 136.

belasting bij langdurig belasten worden vastgesteld. De uitkomsten zijn in tabel V verzameld. Ook in dit geval bestaat een redelijke overeenstemming tussen berekening en experiment.

Tabel V. Vergelijking van $N_{br}'/\sigma_u' b h_t$

$\lambda = \frac{l_c}{h_t}$	$\frac{N_{br}'}{\sigma_u' b h_t}$ berekend	$\frac{N_{br}'}{\sigma_u' b h_t}$ gemeten	$\frac{(1)}{(2)}$
27,7	0,264	0,274	0,96 ^s
37,7	0,156	0,164	0,95
gemiddeld			0,96

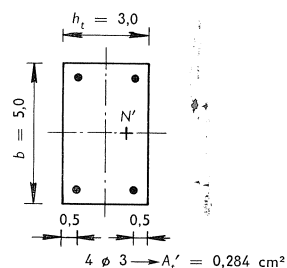


Fig. 59b. Kolommen op modelschaal beproefd door het Instituut - maten in cm.

1.4 Toelaatbare belasting

1.4.1 Bepaling van de toeslagexcentriciteiten e_1 en e_2

Bij elke waarde van de breukbelasting N_{br}' , zoals deze in de fig. 7 t/m 40 voorkomt, behoort een bepaalde vervormingstoestand vastgelegd door de waarden van ε_1 en ε_2 . Het blijkt dat in het geval $\lambda = l_c/h_t = 0$ de breukbelasting immer wordt bereikt als $\varepsilon_2 = \varepsilon_u' = 3,50/00$. Wordt dus in de verg. (1 en 2) of (3 en 4) voor een constructiedeel met gegeven afmetingen de waarde van $y_m = e_0$ (immers geen uitbuiging daar $\lambda = 0$) bekend verondersteld, dan resteren nog twee onbekenden t.w. ε_1 en de breukbelasting N_{br}' . Het verband tussen N_{br}' en e_0 is voor $\lambda = 0$ dus eenvoudig te bepalen. Voor andere waarden van λ is bij het bereiken van de maximale belasting veelal $\varepsilon_2 \neq \varepsilon_u'$, zodat in deze gevallen het onderhavige verband minder eenvoudig is te berekenen. Door echter de begin-excentriciteit e_0 in deze gevallen te vermeerderen met een van λ afhankelijke toeslagexcentriciteit e_2 (zie fig. 60) kan men toch volstaan met een zgn. doorsnede-berekening ($\lambda = 0$ en $\varepsilon_2 = 3,50/00$) om de juiste waarde van N_{br}' bij de gegeven waarden van e_0 en λ te bepalen.

Teneinde te komen tot een toelaatbare belasting dient de breukbelasting te worden gedeeld door een veiligheidscoëfficiënt γ . Het werd noodzakelijk geacht de waarde van deze coëfficiënt bij centrische druk ($e_0 = 0$) groter (ca. 2,5) te nemen dan bij buiging zonder normaalkracht ($e_0 \rightarrow \infty$; $\gamma = 1,80$). Het leek wenselijk voor tussengelegen waarden van e_0 de waarde van γ geleidelijk te laten verlopen. Om dit te bereiken kan men steeds, onafhankelijk van de waarde van e_0 , gebruik maken van de waarde van γ bij $e_0 \rightarrow \infty$ (1,80) mits men de begin-excentriciteit e_0 vergroot met de excentriciteit e_1 (zie fig. 61). Op

De waarden van e_1 en e_2 zijn bepaald aan de hand van de uitkomsten van alle in de fig. 7 t/m 38 vermelde gevallen. Getracht is de formules voor deze grootheden zo eenvoudig mogelijk te houden. Ten behoeve van deze eenvoud is in geval $e_0 = 0$ voor grote hoeveelheden wapening de veiligheidscoëfficiënt enigszins verlaagd en voor kleine hoeveelheden enigszins verhoogd. Het verlagen c.q. verhogen van de veiligheidscoëfficiënt leek gemotiveerd daar in de onderhavige gevallen het staal een groot c.q. klein gedeelte van de belasting opneemt. Gestreefd is naar een in alle gevallen redelijke waarde van de veiligheidscoëfficiënt γ , een geleidelijk verloop van deze grootheid met toenemende waarde van e_0 en naar in het algemeen enigszins grotere waarden van γ bij grote waarden van λ . Deze overwegingen in aanmerking genomen, bleek de waarde van e_2 behoorlijk lineair te zijn met λ^2 , min of meer afhankelijk van de staalkwaliteit (σ_e'), van de vorm van de doorsnede (i) en van de beginexcentriciteit e_0 . De waarde van e_1 werd in hoofdzaak bepaald door het geval $\lambda = 0$ en bleek voornamelijk afhankelijk te zijn van de vorm van de doorsnede (k). De beide formules luiden:

waarin:

Heron 10 (1962) no. 3/4

$$e_2 = \left(0,85 + \frac{\sigma_{e'}}{16000}\right) \frac{0,23 + 6 \frac{e_0}{h_t}}{\frac{i}{h_t} \left(0,22 + 3 \frac{e_0}{h_t}\right)} \left(\frac{l_c}{100h_t}\right)^2 h_t \dots \dots \dots (21)$$

waarin:

i = de traagheidsstraal volgens de hoofdas in de buigingsrichting van de ongewapende niet gescheurde, lineair elastisch gedachte, doorsnede.

$$\left(i = \sqrt{\frac{I}{B}}\right).$$

In fig. 62 is een schematisch overzicht gegeven van de wijze waarop de verschillende excentriciteiten in rekening worden gebracht en van de bepaling van γ . In de fig. 7 t/m 38 is het verloop van γ als functie van e_0 voor alle berekende gevallen aangegeven. Voor de gevallen met asymmetrische wapening liggen in deze figuren de toppen van de λ -lijnen, zoals vermeld, niet op de verticaal $e_0 = 0$. Voor $\omega' > \omega$ zijn deze gelegen bij waarden van e_0/h_t die enigszins groter zijn dan nul. Om in deze omgeving ongewenste (te geringe) waarden van γ te vermijden, is in art. 35 lid 4 voorgeschreven dat bij een excentriciteit $e_0/h_t < 0,1$ altijd symmetrisch moet worden gewapend.

In fig. 63 is voor verschillende waarden van γ het gemiddelde verloop van γ voor alle berekende gevallen uitgezet als functie van e_0/h_t . Tevens is het

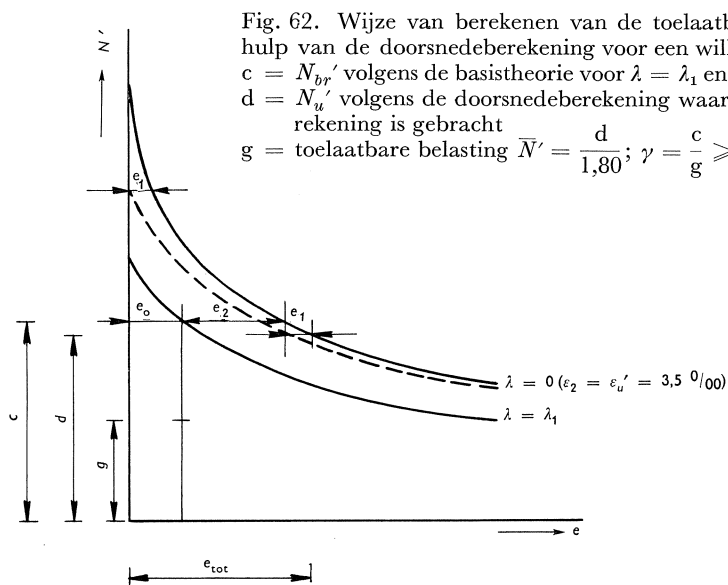
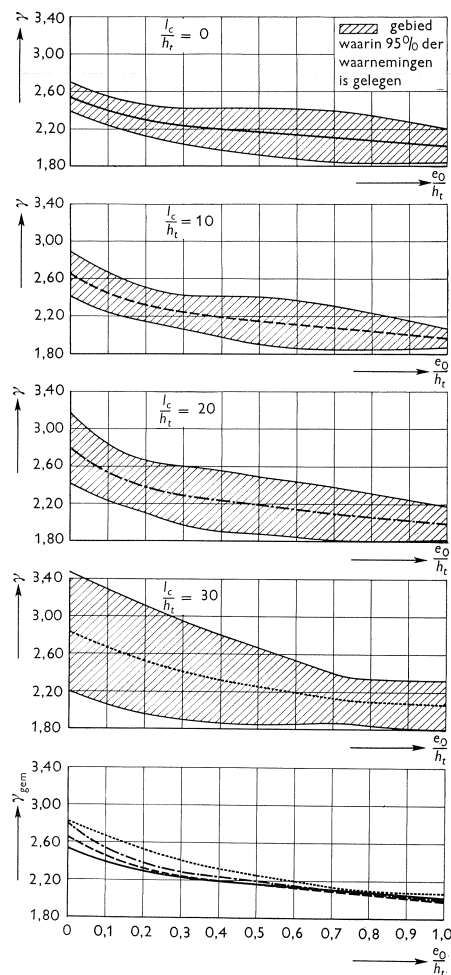


Fig. 62. Wijze van berekenen van de toelaatbare belasting met behulp van de doorsnede-berekening voor een willekeurige slankheid
 $c = N_{br}'$ volgens de basistheorie voor $\lambda = \lambda_1$ en e_0
 $d = N_u'$ volgens de doorsnede-berekening waarbij $e_{tot} = e_0 + e_1 + e_2$ in rekening is gebracht
 $g =$ toelaatbare belasting $\bar{N}' = \frac{d}{1,80}$; $\gamma = \frac{c}{g} \geq 1,80$

Fig. 63. Verloop en spreiding van de veiligheidscoëfficiënt γ als functie van e_0 voor verschillende waarden van λ .
a. $\lambda = 0$ b. $\lambda = 10$ c. $\lambda = 20$ d. $\lambda = 30$
e. gemidd. veiligheidscoëfficiënt

gebied aangegeven waarbinnen 95% van alle waarnemingen is gelegen. In tabel VI zijn de waarden van γ aangegeven voor de kolommen van GAEDE en van het Instituut. Uitgaande van de materiaatgegevens zijn de toelaatbare belastingen op de beschreven wijze bepaald en gedeeld op de proefondervindelijk bepaalde breukbelastingen (zie tabellen III en V). Behalve in geval van kolom II-1 van GAEDE is de veiligheid tegen bezwijken in alle gevallen voldoende. Echter, ook bij de genoemde kolom is nog een redelijke veiligheid aanwezig.



Tabel VI. Veiligheidscoëfficiënten t.a.v. kolommen van GAEDE en I.B.B.C.

kolom no.	$\frac{e_0}{h_t}$	$\lambda = \frac{l_c}{h_t}$	$\frac{\bar{N}'}{\sigma_u' b h_t}$	γ	tijdsduur belasting in dagen
GAEDE					
I-2	0,2	29,4	0,100	2,68	17
I-3	0,2	29,4	0,095 ^s	2,66	7
I-4	0,2	29,4	0,059	3,15	101
I-6	0,2	29,4	0,060	3,70	38
I-7	0,2	29,4	0,060	3,85	14 ^{1/2}
II-1	0,5	29,4	0,059	1,75	109
II-2	0,5	29,4	0,053 ^s	2,34	538
II-3	0,5	29,4	0,061 ^s	2,23	535
I.B.B.C.	0,2	27,7	0,100	2,75	∞
I.B.B.C.	0,2	37,7	0,054	3,04	∞

Resumerend volgt uit het bovenstaande dat de berekening van een constructiedeel met $\lambda \neq 0$ kan worden teruggebracht tot een doorsnedeberekening ($\lambda = 0$), mits men in de beide evenwichtsvoorwaarden (3 en 4) de grootheid y_m vervangt door $e_{\text{tot}} = e_0 + e_1 + e_2$, voorts $\varepsilon_2 = \varepsilon_{u'} = 3,50/100$ stelt en in deze vergelijkingen de breukbelasting $N_{u'}$ invoert, zodat:

$$\frac{N_{u'}}{\sigma_{u'} b h_t} \left[1 + \frac{e_{\text{tot}}}{h_t} \right] = \alpha' + \frac{\alpha' \beta'}{\frac{1}{2} - \delta} + 2\sigma_a' \frac{\omega'}{\sigma_{u'}} \dots \dots \dots (3'')$$

$$\frac{N_{u'}}{\sigma_{u'} b h_t} \left[1 - \frac{e_{\text{tot}}}{h_t} \right] = \alpha' - \frac{\alpha' \beta'}{\frac{1}{2} - \delta} + 2\sigma_a' \frac{\omega}{\sigma_{u'}} \dots \dots \dots (4'')$$

Opmerking. Uitgaande van de verg. (1' en 2') leidt dit voor constructiedelen met cirkelvormige doorsnede tot:

$$\frac{N_{u'}}{\sigma_{u'} \frac{1}{4} \pi h_t^2} = \alpha' + \bar{\alpha} \sigma_e' \frac{\omega_t'}{\sigma_{u'}} \dots \dots \dots (1'')$$

$$\frac{N_{u'}}{\sigma_{u'} \frac{1}{4} \pi h_t^2} \cdot \frac{e_{\text{tot}}}{h_t} = \alpha' \beta' + \bar{\alpha} \bar{\beta} \sigma_e' \frac{\omega_t'}{\sigma_{u'}} \dots \dots \dots (2'')$$

De in rekening te brengen veiligheidscoëfficiënt bedraagt in alle gevallen 1,80.

Ontwerpberekening. Gegeven een constructiedeel met rechthoekige doorsnede met afmetingen b en h_t . Voorts zijn bekend de ontwerpbelasting $\bar{N}'$, de begin-excentriciteit e_0 , de slankheid $\lambda = l_c/h_t$, de betondekking d en de beton- en staalkwaliteit. Gevraagd wordt ω en ω' te bepalen.

Neem een vervormingstoestand aan waarbij $\varepsilon_2 = \varepsilon_{u'} = 3,50/100$ en die verder is vastgelegd door $x = x_1$ (zie fig. 64). Daar $N_{u'} = 1,80 \bar{N}'$ en $e_{\text{tot}} = e_0 + e_1 + e_2$ resteren in de verg. (3'') en (4'') dan nog de onbekenden ω en ω' . De waarden

Fig. 64.

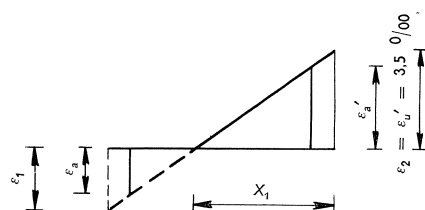
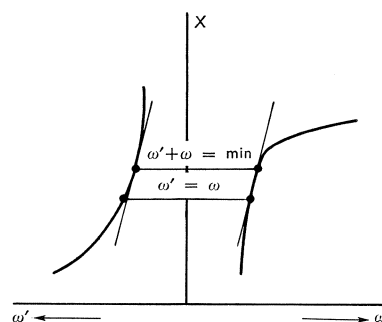


Fig. 65. ω en ω' als functie van x .



van ω en ω' kunnen dus worden opgelost. Bij elke waarde van x verkrijgt men een bij elkaar behorend paar waarden van ω en ω' . Er zijn dus oneindig veel oplossingen. Eerst als men nog een voorwaarde stelt, b.v. $\omega = \omega'$ of $\omega + \omega' = \text{minimaal}$, vindt men een éénduidige oplossing (zie fig. 65).

Controleberekening. Gegeven zijn alle afmetingen van het constructiedeel, de begin-excentriciteit e_0 en de beton- en staalkwaliteit. Gevraagd wordt de toelaatbare belasting $\bar{N}'$.

De grootte van $e_{\text{tot}} = e_0 + e_1 + e_2$ is bekend; de plaats van $N_u' = 1,80 \bar{N}'$ is dus gegeven. Neem weer een vervormingstoestand aan vastgelegd door $\varepsilon_2 = \varepsilon_u' = 3,50/1000$ en $x = x_1$. Alle inwendige krachten en hun ligging zijn dan bekend. Bepaal N_u' en M_u ten opzichte van het zwaartepunt van de doorsnede. Dan is dus $M_u/N_u' = e$. Door de willekeurige keuze van x zal in het algemeen $e \neq e_{\text{tot}}$. Door x te variëren worden echter verschillende bijbehorende waarden van e gevonden. De juiste waarde van x kan b.v. worden gevonden zoals schematisch is weergegeven in fig. 66. De waarde van N_u' behorend bij $\bar{x}$ geeft de toelaatbare belasting $\bar{N}' = N_u'/1,80$. Er is slechts één oplossing.

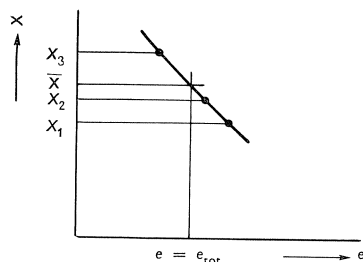


Fig. 66. Bepaling N_u' bij controleberekening.

1.4.2 Tabellen en grafieken

Uiteraard leent de beschreven berekeningsmethode zich voor het vervaardigen van tabellen en grafieken op analoge wijze als voor de n -methode. Immers, tussen beide methoden bestaat wat betreft de doorsnede-berekening grote overeenkomst. De breukmethode gebruikt echter, anders dan de n -methode, een paraboolvormig σ - ε -diagram voor het beton; de staalspanningen zijn evenwel in het algemeen eenvoudiger te bepalen daar veelal de vloeispanning wordt bereikt. Een voorbeeld van een grafiek, die op overeenkomstige wijze is samengesteld als de bekende grafieken van MÖRSCH voor de n -methode, is weergegeven in fig. 67. De grafiek geldt voor rechthoekige doorsneden met symmetrische of asymmetrische wapening; voorts is aangenomen dat $d = d' = 0,1h_t$ en de toepassing van QR 24. Voor de samenstelling van de grafiek is dus uitgegaan van een bekende staalkwaliteit en van een gegeven betondekking. Legt men de vervormingstoestand vast door $\varepsilon_2 = \varepsilon_u' = 3,50/1000$ en door een waarde van x/h_t , dan zijn in de rechterleden van de verg. (3" en 4") alle grootheden bekend behalve ω/σ_u' en ω'/σ_u' . Wanneer de linkerleden bekend worden verondersteld zijn de bijbehorende waarden van ω/σ_u' en ω'/σ_u' te berekenen. Aldus zijn lijnen van gelijke waarden van de linkerleden van de verg. (3" en 4") te formeren als functie van ω/σ_u' resp. ω'/σ_u' en x/h_t .

Tabel VII. Excentrisch belaste constructiedelen met rechthoekige doorsnede.

QR 24

$\frac{x}{h_t}$	α'	β'	$\alpha'\beta'$	σ_a				σ_a'			
				$\delta=0,05$	$\delta=0,10$	$\delta=0,15$	$\delta=0,20$	$\delta=0,05$	$\delta=0,10$	$\delta=0,15$	$\delta=0,20$
∞	1,000	0,000	0,000	+2400	+2400	+2400	+2400	+2400	+2400	+2400	+2400
3,0	0,963	0,010	0,009								
2,5	0,947	0,014	0,013								
2,0	0,917	0,023	0,021								
1,90	0,908	0,025	0,023								
1,80	0,897	0,029	0,026								
1,70	0,885	0,033	0,029	tot 1,411							
1,60	0,870	0,037	0,033		tot 1,336						
1,50	0,852	0,043	0,037			tot 1,262					
1,40	0,830	0,051	0,042				tot 1,188				
1,35	0,817	0,056	0,046	+2365							
1,30	0,803	0,061	0,049	+2180	+2260						
1,25	0,787	0,068	0,053	+1980	+2060	+2350					
1,20	0,769	0,075	0,058	+1765	+2060	+2145					
1,15	0,748	0,084	0,063	+1530	+1840	+2145					
1,10	0,725	0,095	0,069	+1280	+1600	+1920	+2235				
1,05	0,698	0,108	0,076	+1000	+1335	+1670	+2005				
1,00	0,667	0,125	0,083	+700	+1050	+1400	+1750				
0,95	0,633	0,144	0,091	+370	+735	+1100	+1470				
0,90	0,600	0,163	0,098	0	+385	+775	+1160				
0,85	0,567	0,181	0,103	-410	0	+410	+815				
0,80	0,533	0,200	0,107	-865	-435	0	+435				
0,75	0,500	0,219	0,109	-1380	-920	-460	0				
0,70	0,467	0,238	0,111	-1960	-1470	-980	-490				
0,65	0,433	0,256	0,111		-2100	-1575	-1050				
0,60	0,400	0,275	0,110			-2260	-1695				
0,55	0,367	0,294	0,108								
0,50	0,333	0,313	0,104								
0,45	0,300	0,331	0,099								
0,40	0,267	0,350	0,093	tot 0,716							
0,35	0,233	0,369	0,086		tot 0,678						
0,30	0,200	0,388	0,078			tot 0,641					
0,25	0,167	0,406	0,068				tot 0,603				
0,20	0,133	0,425	0,057								
0,15	0,100	0,444	0,044								
0,10	0,067	0,463	0,031	-2400	-2400	-2400	-2400	+2400			
									tot 0,148		
										tot 0,223	
											tot 0,297
										+1838	+1470
										0	0
										-2400	-2400
										-2400	-2400

Ontwerpberekening. Gegeven is de ontwerpbelasting N' , zodat $N_u' = 1,80N'$; voorts is gegeven e_{tot} , b , h_t , δ en l_c en σ_u' .

Gevraagd wordt: ω en ω' .

De verg. (3'' en 4'') kunnen als volgt worden geschreven:

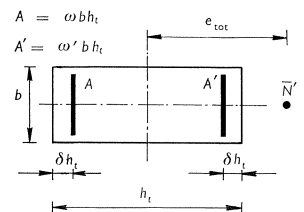
$$\omega' = \frac{0,9N'}{\sigma_a' b h_t} \left[1 + \frac{e_{\text{tot}}}{h_t \left(\frac{1}{2} - \delta \right)} \right] - 0,5 \left[\alpha' + \frac{\alpha'\beta'}{\frac{1}{2} - \delta} \right] \frac{\sigma_u'}{\sigma_a'} \quad (3a)$$

$$\omega = \frac{0,9N'}{\sigma_a b h_t} \left[1 - \frac{e_{\text{tot}}}{h_t \left(\frac{1}{2} - \delta \right)} \right] - 0,5 \left[\alpha' - \frac{\alpha'\beta'}{\frac{1}{2} - \delta} \right] \frac{\sigma_u'}{\sigma_a} \quad (4a)$$

Kies een waarde voor x/h_t in de tabel en substitueer de bijbehorende waarden van α' , $\alpha'\beta'$, σ_a en σ_a' in de verg. (3a en 4a). Men vindt aldus een bij elkaar behorend paar waarden voor ω' en ω . Dit is één oplossing. Elke aangenomen waarde van x/h_t leidt tot een oplossing. Er zijn dus oneindig veel oplossingen.

Opmerking. Voor tussenliggende waarden mag rechtlijnig worden geïnterpoleerd.

+ = drukspanning
- = trekspanning



Tabel VII. Excentrisch belaste constructiedelen
met rechthoekige doorsnede.

QR(n) 40

$\frac{x}{h_t}$	α'	β'	$\alpha'\beta'$	σ_a				σ_a'			
				$\delta=0,05$	$\delta=0,10$	$\delta=0,15$	$\delta=0,20$	$\delta=0,05$	$\delta=0,10$	$\delta=0,15$	$\delta=0,20$
∞	1,000	0,000	0,000	+4000	+4000	+4000	+4000	+4000	+4000	+4000	+4000
3,0	0,963	0,010	0,009	tot 2,084	tot 1,975	tot 1,865	tot 1,755				
2,5	0,947	0,014	0,013								
2,0	0,917	0,023	0,021	+3860	+3870	+3880	+3890				
1,90	0,908	0,025	0,023	+3675	+3470	+3460	+3675				
1,80	0,897	0,029	0,026	+3245	+3215	+3445	+3675				
1,70	0,885	0,033	0,029	+2985	+2940	+3185	+3430				
1,60	0,870	0,037	0,033	+2695	+2625	+2885	+3150				
1,50	0,852	0,043	0,037	+2365	+2180	+2450	+2720				
1,40	0,830	0,051	0,042	+2180	+2260	+2545	+2825				
1,35	0,817	0,056	0,046	+1980	+2060	+2350	+2645				
1,30	0,803	0,061	0,049	+1765	+1840	+2145	+2450				
1,25	0,787	0,068	0,053	+1530	+1600	+1920	+2235				
1,20	0,769	0,075	0,058	+1280	+1335	+1670	+2005				
1,15	0,748	0,084	0,063	+700	+1050	+1400	+1750				
1,10	0,725	0,095	0,069	+370	+735	+1100	+1470	tot 0,110	tot 0,219	tot 0,329	tot 0,439
1,05	0,698	0,108	0,076	0	+385	+775	+1160				
1,00	0,667	0,125	0,083	-410	0	+410	+815				
0,95	0,633	0,144	0,091	-865	-435	0	+435				
0,90	0,600	0,163	0,098	-1380	-920	-460	0				
0,85	0,567	0,181	0,103	-1960	-1470	-980	-490				
0,80	0,533	0,200	0,107	-2625	-2100	-1575	-1050				
0,75	0,500	0,219	0,109	-3395	-2825	-2260	-1695				
0,70	0,467	0,238	0,111		-3675	-3065	-2450				
0,65	0,433	0,256	0,111				-3340				
0,60	0,400	0,275	0,110	tot 0,615	tot 0,583	tot 0,550	tot 0,518				
0,55	0,367	0,294	0,108								+3675
0,50	0,333	0,313	0,104								+3150
0,45	0,300	0,331	0,099								+2450
0,40	0,267	0,350	0,093								+1470
0,35	0,233	0,369	0,086								0
0,30	0,200	0,388	0,078								-2450
0,25	0,167	0,406	0,068								-4000
0,20	0,133	0,425	0,057								
0,15	0,100	0,444	0,044								
0,10	0,067	0,463	0,031	-4000	-4000	-4000	-4000	+3825	0	-3675	

Controleberekening. Gegeven zijn alle afmetingen van het constructiedeel, de excentriciteit e_{tot} en σ_u' . Gevraagd wordt $N' = N_u'/1,80$.

De verg. (3'' en 4'') kunnen tot de volgende vergelijkingen worden omgewerkt:

$$\sigma_a \frac{\omega}{\sigma_u'} \left(\frac{1}{2} - \delta + \frac{e_{\text{tot}}}{h_t} \right) + \alpha' \frac{e_{\text{tot}}}{h_t} - \alpha' \beta' = \sigma_a' \frac{\omega'}{\sigma_u'} \left(\frac{1}{2} - \delta - \frac{e_{\text{tot}}}{h_t} \right) \quad (3b)$$

$$N_u' = 1,80 N' = b h_t (\alpha' \sigma_u' + \omega' \sigma_a' + \omega \sigma_a) \quad (4b)$$

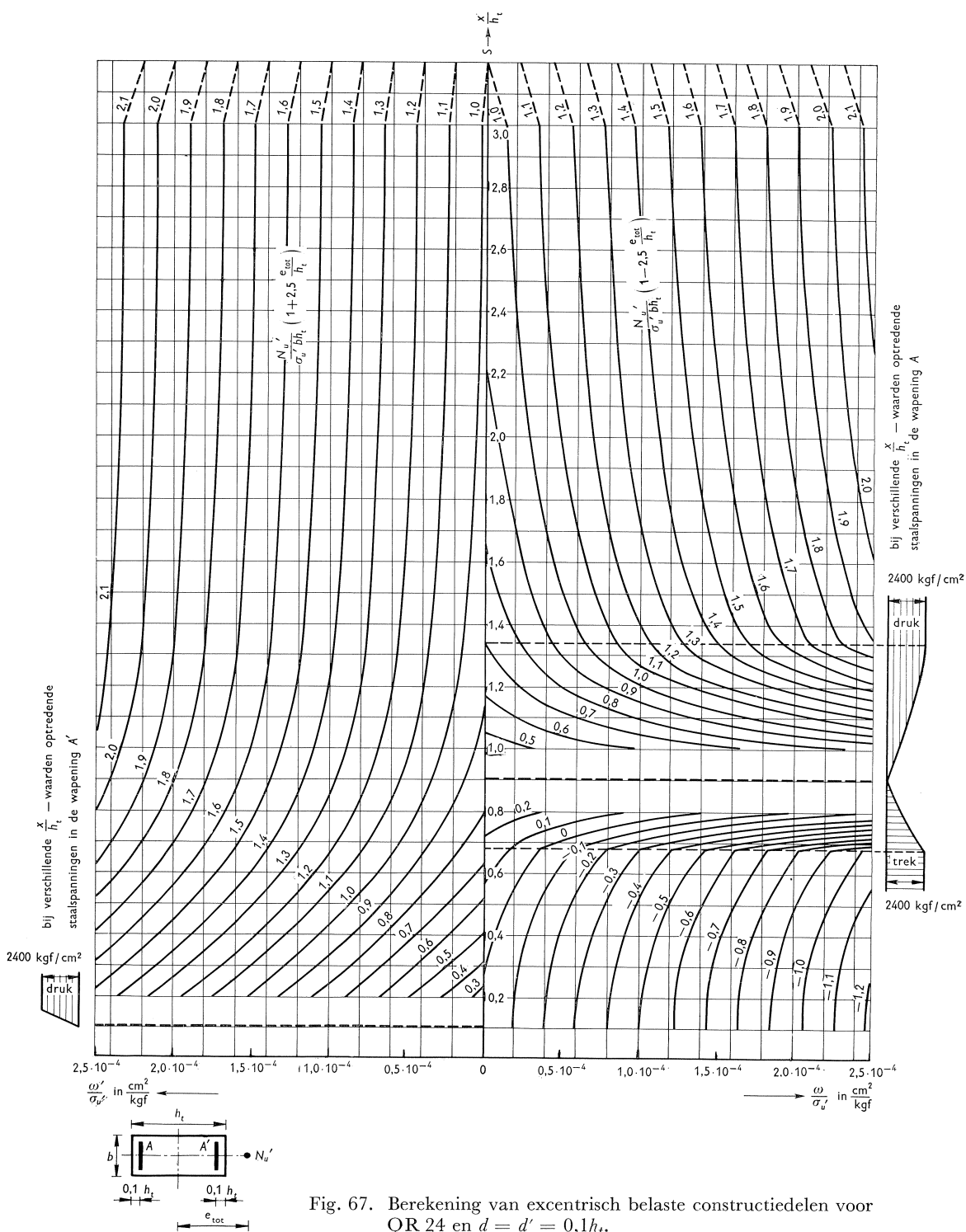
De waarde van x/h_t dient zodanig te worden gekozen dat bij substitutie van de bijbehorende waarden van α' , $\alpha'\beta'$, σ_a en σ_a' aan verg. (3b) wordt voldaan. (Opgemerkt wordt dat voor een gegeven constructiedeel de waarde van het rechterlid van deze verg. voor bijna alle waarden van x/h_t constant is.) De bij de aldus gevonden waarde van x/h_t behorende waarden van α' , σ_u' en σ_a worden in verg. (4b) ingevuld. Er is slechts één oplossing.

Tabel VIII. Excentrisch belaste constructiedelen met cirkelvormige doorsnede en symmetrische wapening. QR24

randvervormingen van de betondorsnede		$\frac{x}{h_t}$	α'	β'	$\alpha'\beta'$	$d = 0,05h_t$		$d = 0,15h_t$	
ε_1 in $\frac{0}{100}$	$\varepsilon_2 = \varepsilon_u'$ in $\frac{0}{100}$					$\bar{\alpha}$	$\bar{\alpha}\bar{\beta}$	$\bar{\alpha}$	$\bar{\alpha}\bar{\beta}$
1,0	3,5 ver- kort- ing	1,400	0,841	0,038	0,0319	+0,999	0,0003	+1,000	0,0000
0,5		1,167	0,770	0,060	0,0459	+0,920	0,0332	+0,978	0,0074
0		1,000	0,688	0,091	0,0625	+0,794	0,0809	+0,882	0,0371
0,5		0,875	0,603	0,128	0,0770	+0,645	0,1327	+0,754	0,0728
1,0		0,778	0,525	0,164	0,0862	+0,482	0,1849	+0,608	0,1103
1,5		0,700	0,463	0,194	0,0898	+0,316	0,2366	+0,449	0,1479
2,0		0,636	0,410	0,219	0,0899	+0,199	0,2630	+0,283	0,1850
3,0		0,538	0,330	0,259	0,0858	+0,051	0,2797	+0,074	0,2115
4,0		0,467	0,273	0,289	0,0791	−0,048	0,2801	−0,063	0,2144
6,0		0,368	0,197	0,333	0,0656	−0,192	0,2700	−0,252	0,2007
8,0	3,5 ver- leng- ing	0,304	0,151	0,361	0,0545	−0,290	0,2547	−0,387	0,1791
10,0		0,259	0,120	0,381	0,0457	−0,363	0,2392	−0,497	0,1554
15,0		0,189	0,076	0,413	0,0315	−0,489	0,2047	−0,733	0,0881
20,0		0,149	0,054	0,431	0,0232	−0,574	0,1768	−0,891	0,0371
25,0		0,123	0,041	0,443	0,0180	−0,637	0,1538	−0,981	0,0064

1,0	ver- kort- ing	3,5	1,400	0,841	0,038	0,0319	+0,894	0,0409	+0,933	0,0205
0,5			1,167	0,770	0,060	0,0459	+0,799	0,0726	+0,849	0,0427
0			1,000	0,688	0,091	0,0625	+0,695	0,1046	+0,753	0,0653
0,5			0,875	0,603	0,128	0,0770	+0,585	0,1365	+0,650	0,0877
1,0	ver- leng- ing	ver- korting	0,778	0,525	0,164	0,0862	+0,472	0,1680	+0,542	0,1095
1,5			0,700	0,463	0,194	0,0898	+0,356	0,1990	+0,430	0,1308
2,0			0,636	0,410	0,219	0,0899	+0,237	0,2298	+0,315	0,1517
3,0			0,538	0,330	0,259	0,0858	+0,059	0,2633	+0,084	0,1904
4,0			0,467	0,273	0,289	0,0791	-0,050	0,2695	-0,068	0,1998
6,0			0,368	0,197	0,333	0,0656	-0,197	0,2625	-0,268	0,1887
8,0			0,304	0,151	0,361	0,0545	-0,296	0,2486	-0,416	0,1647
10,0			0,259	0,120	0,381	0,0457	-0,370	0,2337	-0,531	0,1395
15,0			0,189	0,076	0,413	0,0315	-0,497	0,1999	-0,730	0,0867
20,0			0,149	0,054	0,431	0,0232	-0,583	0,1719	-0,857	0,0478
25,0	3,5	0,123	0,041	0,443	0,0180	-0,648	0,1483	-0,940	0,0206	

172



Tabel IX. Excentrisch belaste rechthoekige constructiedelen met symmetrische wap

beton- kwaliteit	$\omega = \alpha$							
K 160	0,142	0,213	0,284	0,356	0,427	0,498	0,569	0,640
K 225	0,200	0,300	0,400	0,500	0,600	0,700	0,800	0,900
K 300	0,267	0,400	0,533	0,667	0,800	0,933	1,067	1,200
$\frac{e_{\text{tot}}}{h_t}$	$\frac{N'}{\sigma_u' b h_t} =$							
0,1	0,433	0,448	0,465	0,481	0,496	0,512	0,527	0,543
0,2	0,332	0,348	0,362	0,378	0,393	0,404	0,420	0,433
0,3	0,256	0,274	0,290	0,304	0,319	0,332	0,344	0,357
0,4	0,184	0,210	0,233	0,247	0,265	0,279	0,291	0,302
0,5	0,125	0,153	0,177	0,196	0,216	0,233	0,249	0,261
0,6	0,085	0,111	0,133	0,154	0,172	0,189	0,205	0,219
0,7	0,060	0,084	0,104	0,122	0,140	0,155	0,170	0,184
0,8	0,046	0,065	0,083	0,098	0,114	0,129	0,142	0,155
0,9	0,036	0,053	0,068	0,082	0,094	0,109	0,121	0,132
1,0	0,031	0,043	0,057	0,070	0,081	0,093	0,104	0,114
1,2	0,023	0,032	0,042	0,053	0,063	0,071	0,081	0,090
1,4	0,018	0,027	0,033	0,042	0,050	0,059	0,066	0,073
1,6	0,015	0,023	0,027	0,034	0,041	0,050	0,056	0,062
1,8	0,013	0,020	0,024	0,028	0,035	0,043	0,049	0,054
2,0	0,012	0,018	0,022	0,024	0,031	0,037	0,043	0,047
2,5	0,009	0,013	0,017	0,020	0,023	0,026	0,030	0,034
3,0	0,007	0,010	0,013	0,016	0,018	0,020	0,023	0,027
3,5	0,006	0,008	0,011	0,013	0,015	0,017	0,019	0,023
4,0	0,005	0,007	0,010	0,011	0,013	0,016	0,017	0,021

Tabel X. Excentrisch belaste rechthoekige constructiedelen met symmetrische wap

0,1	0,457	0,481	0,510	0,538	0,562	0,591	0,617	0,643
0,2	0,355	0,376	0,400	0,424	0,448	0,471	0,497	0,517
0,3	0,278	0,300	0,324	0,346	0,365	0,386	0,407	0,427
0,4	0,214	0,242	0,265	0,286	0,305	0,325	0,343	0,364
0,5	0,162	0,198	0,221	0,244	0,262	0,280	0,298	0,311
0,6	0,122	0,154	0,184	0,209	0,229	0,245	0,262	0,273
0,7	0,092	0,121	0,151	0,175	0,197	0,218	0,232	0,244
0,8	0,070	0,098	0,124	0,146	0,167	0,188	0,204	0,223
0,9	0,056	0,081	0,104	0,125	0,146	0,163	0,181	0,199
1,0	0,049	0,069	0,089	0,108	0,126	0,143	0,159	0,175
1,2	0,036	0,052	0,068	0,084	0,098	0,113	0,127	0,141
1,4	0,028	0,042	0,054	0,067	0,080	0,093	0,106	0,117
1,6	0,024	0,035	0,046	0,057	0,067	0,078	0,090	0,100
1,8	0,020	0,030	0,039	0,049	0,058	0,067	0,077	0,086
2,0	0,017	0,027	0,034	0,042	0,051	0,059	0,067	0,075
2,5	0,014	0,020	0,026	0,032	0,038	0,045	0,051	0,057
3,0	0,012	0,016	0,021	0,026	0,032	0,036	0,041	0,046
3,5	0,011	0,014	0,018	0,022	0,026	0,030	0,034	0,039
4,0	0,010	0,012	0,015	0,019	0,022	0,025	0,029	0,033

Opmerking. Voor tussenliggende waarden mag rechtlijnig worden geïnterpoleerd.

n 10⁻²

0,711	0,889	1,067	1,244	1,422	1,778	2,133	2,489	2,844
1,000	1,250	1,500	1,750	2,000	2,500	3,000	3,500	4,000
1,333	1,667	2,000	2,333	2,667	3,333	4,000	4,667	5,333

$\frac{N'}{u'B}$								
0,560	0,598	0,638	0,679	0,719	0,795	0,874	0,955	1,036
0,448	0,481	0,514	0,548	0,580	0,649	0,716	0,783	0,846
0,369	0,398	0,431	0,461	0,488	0,549	0,606	0,660	0,720
0,314	0,340	0,378	0,397	0,420	0,472	0,525	0,568	0,627
0,271	0,297	0,323	0,348	0,370	0,413	0,463	0,506	0,550
0,234	0,263	0,285	0,307	0,330	0,369	0,413	0,454	0,488
0,198	0,228	0,253	0,275	0,296	0,334	0,372	0,409	0,442
0,168	0,198	0,224	0,247	0,268	0,304	0,339	0,372	0,405
0,144	0,172	0,198	0,221	0,245	0,280	0,311	0,342	0,374
0,126	0,151	0,175	0,197	0,219	0,258	0,286	0,316	0,346
0,100	0,121	0,141	0,159	0,179	0,216	0,246	0,274	0,300
0,080	0,098	0,117	0,134	0,149	0,182	0,212	0,240	0,264
0,068	0,081	0,098	0,115	0,128	0,156	0,184	0,211	0,234
0,059	0,072	0,085	0,100	0,112	0,137	0,162	0,187	0,209
0,052	0,064	0,075	0,088	0,100	0,122	0,144	0,166	0,187
0,038	0,049	0,059	0,067	0,077	0,094	0,112	0,129	0,146
0,030	0,039	0,047	0,054	0,063	0,077	0,092	0,106	0,121
0,025	0,032	0,039	0,045	0,053	0,066	0,077	0,089	0,102
0,023	0,028	0,033	0,039	0,045	0,057	0,067	0,077	0,088

0,668	0,737	0,804	0,869	0,936	1,069	1,201	1,332	1,464
0,540	0,597	0,653	0,707	0,763	0,875	0,985	1,097	1,208
0,448	0,497	0,548	0,596	0,642	0,738	0,832	0,928	1,023
0,379	0,424	0,467	0,509	0,552	0,638	0,722	0,803	0,886
0,330	0,368	0,408	0,444	0,484	0,559	0,635	0,708	0,781
0,292	0,324	0,363	0,396	0,429	0,499	0,567	0,635	0,703
0,261	0,291	0,324	0,358	0,386	0,449	0,512	0,571	0,635
0,235	0,264	0,293	0,325	0,353	0,410	0,465	0,524	0,576
0,215	0,242	0,269	0,298	0,324	0,377	0,427	0,481	0,535
0,190	0,222	0,250	0,276	0,300	0,349	0,396	0,447	0,496
0,154	0,185	0,212	0,237	0,259	0,306	0,347	0,386	0,426
0,128	0,156	0,182	0,206	0,227	0,269	0,308	0,344	0,378
0,109	0,134	0,158	0,180	0,201	0,239	0,275	0,309	0,341
0,095	0,117	0,138	0,158	0,179	0,214	0,247	0,279	0,310
0,084	0,103	0,122	0,141	0,159	0,193	0,224	0,253	0,281
0,063	0,080	0,095	0,110	0,124	0,153	0,180	0,205	0,230
0,051	0,064	0,076	0,089	0,101	0,126	0,150	0,173	0,195
0,043	0,054	0,064	0,075	0,085	0,106	0,127	0,147	0,167
0,037	0,046	0,055	0,064	0,073	0,091	0,109	0,127	0,144

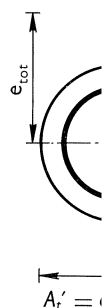
Zie voor verklaring van symbolen blz. 170.

Tabel XI. Excentrisch belaste cirkelvormige constructiedelen
met symmetrische wapening. QR 24 $d = 0,05h_t$

beton- kwa- liteit	ω_t' in 10^{-2}											
K 160	0,284	0,711	1,067	1,422	1,778	2,133	2,489	2,844	3,555	4,266	4,977	5,688
K 225	0,400	1,000	1,500	2,000	2,500	3,000	3,500	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000
K 300	0,533	1,333	2,000	2,667	3,333	4,000	4,667	5,333	6,667	8,000	9,333	10,667
$\frac{e_{\text{tot}}}{h_t}$	$\frac{N'}{\sigma_u B}$											
0,1	0,402	0,452	0,490	0,530	0,572	0,609	0,646	0,688	0,766	0,847	0,927	1,006
0,2	0,289	0,334	0,370	0,406	0,442	0,473	0,506	0,538	0,602	0,663	0,735	0,806
0,3	0,197	0,251	0,287	0,319	0,351	0,378	0,409	0,436	0,493	0,549	0,603	0,658
0,4	0,130	0,187	0,225	0,256	0,285	0,312	0,338	0,364	0,416	0,462	0,510	0,558
0,5	0,089	0,144	0,177	0,207	0,234	0,259	0,284	0,308	0,353	0,397	0,442	0,483
0,6	0,064	0,113	0,143	0,168	0,194	0,216	0,241	0,262	0,303	0,344	0,383	0,423
0,7	0,049	0,090	0,117	0,141	0,164	0,186	0,207	0,226	0,263	0,301	0,338	0,371
0,8	0,039	0,074	0,099	0,120	0,142	0,161	0,179	0,197	0,233	0,265	0,297	0,330
0,9	0,033	0,065	0,086	0,106	0,124	0,141	0,158	0,175	0,207	0,237	0,265	0,296
1,0	0,027	0,055	0,075	0,093	0,111	0,126	0,139	0,157	0,187	0,212	0,240	0,267
1,2	0,021	0,044	0,060	0,075	0,090	0,103	0,116	0,128	0,153	0,177	0,200	0,223
1,4	0,017	0,037	0,050	0,063	0,075	0,086	0,098	0,109	0,130	0,150	0,171	0,192
1,6	0,014	0,031	0,043	0,055	0,065	0,074	0,085	0,095	0,113	0,130	0,150	0,168
1,8	0,012	0,027	0,037	0,048	0,058	0,065	0,075	0,084	0,100	0,116	0,133	0,149
2,0	0,010	0,024	0,032	0,042	0,052	0,058	0,067	0,075	0,090	0,105	0,119	0,134
2,5	0,008	0,018	0,026	0,032	0,040	0,046	0,053	0,058	0,071	0,083	0,094	0,106
3,0	0,007	0,015	0,021	0,026	0,032	0,038	0,043	0,048	0,058	0,069	0,077	0,088
3,5	0,006	0,013	0,018	0,022	0,027	0,032	0,036	0,041	0,050	0,059	0,067	0,075
4,0	0,005	0,011	0,015	0,020	0,024	0,028	0,032	0,037	0,044	0,051	0,059	0,065

Tabel XII. Excentrisch belaste cirkelvormige constructiedelen
met symmetrische wapening. QR 24 $d = 0,15h_t$

0,1	0,397	0,441	0,477	0,512	0,546	0,585	0,623	0,660	0,736	0,809	0,879	0,953
0,2	0,277	0,315	0,346	0,377	0,405	0,435	0,462	0,492	0,552	0,608	0,665	0,725
0,3	0,187	0,229	0,260	0,288	0,313	0,338	0,362	0,387	0,434	0,482	0,529	0,577
0,4	0,123	0,168	0,199	0,224	0,249	0,272	0,293	0,315	0,357	0,399	0,438	0,478
0,5	0,082	0,126	0,154	0,179	0,200	0,221	0,241	0,261	0,298	0,334	0,371	0,408
0,6	0,058	0,097	0,123	0,146	0,164	0,182	0,201	0,219	0,252	0,284	0,317	0,349
0,7	0,041	0,078	0,102	0,122	0,139	0,156	0,172	0,187	0,217	0,246	0,275	0,303
0,8	0,034	0,065	0,085	0,102	0,120	0,136	0,149	0,162	0,189	0,217	0,243	0,267
0,9	0,029	0,056	0,075	0,089	0,106	0,119	0,131	0,143	0,168	0,193	0,216	0,239
1,0	0,025	0,048	0,065	0,080	0,094	0,106	0,118	0,129	0,152	0,174	0,195	0,215
1,2	0,019	0,038	0,052	0,065	0,077	0,087	0,096	0,106	0,125	0,143	0,162	0,180
1,4	0,015	0,031	0,043	0,055	0,065	0,073	0,082	0,090	0,106	0,122	0,138	0,156
1,6	0,012	0,027	0,037	0,047	0,056	0,063	0,071	0,078	0,092	0,106	0,120	0,136
1,8	0,010	0,024	0,032	0,041	0,049	0,056	0,063	0,069	0,081	0,094	0,107	0,120
2,0	0,009	0,021	0,028	0,037	0,043	0,050	0,056	0,062	0,073	0,085	0,096	0,107
2,5	0,007	0,015	0,022	0,028	0,033	0,038	0,043	0,049	0,058	0,067	0,076	0,083
3,0	0,006	0,012	0,018	0,022	0,027	0,031	0,035	0,040	0,048	0,055	0,063	0,069
3,5	0,005	0,010	0,015	0,018	0,023	0,026	0,030	0,034	0,041	0,047	0,054	0,060
4,0	0,005	0,009	0,013	0,016	0,020	0,023	0,026	0,030	0,035	0,041	0,047	0,053



Opmerking. Voor tussenliggende waarden mag rechtlijnig worden geïnterpoleerd.

Tabel XIII. Excentrisch belaste cirkelvormige constructiedelen
met symmetrische wapening.

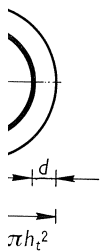
QR(n) 40 $d = 0,05h_t$

beton- kwa- liteit	ω_t' in 10^{-2}											
K 160	0,284	0,711	1,067	1,422	1,778	2,133	2,489	2,844	3,555	4,266	4,977	5,688
K 225	0,400	1,000	1,500	2,000	2,500	3,000	3,500	4,000	5,000	6,000	7,000	8,000
K 300	0,533	1,333	2,000	2,667	3,333	4,000	4,667	5,333	6,667	8,000	9,333	10,667
$\frac{e_{\text{tot}}}{h_t}$	$\frac{N'}{\sigma_u' B}$											
0,1	0,424	0,504	0,570	0,636	0,701	0,764	0,830	0,897	1,029	1,155	1,281	1,415
0,2	0,304	0,375	0,429	0,483	0,537	0,590	0,642	0,695	0,801	0,906	1,008	1,111
0,3	0,217	0,286	0,334	0,381	0,424	0,470	0,515	0,560	0,647	0,733	0,819	0,903
0,4	0,158	0,227	0,273	0,313	0,351	0,389	0,427	0,466	0,541	0,613	0,688	0,762
0,5	0,114	0,183	0,224	0,262	0,297	0,332	0,366	0,398	0,463	0,526	0,591	0,656
0,6	0,086	0,148	0,186	0,222	0,254	0,286	0,317	0,347	0,403	0,461	0,518	0,575
0,7	0,067	0,124	0,160	0,192	0,221	0,251	0,278	0,306	0,357	0,411	0,462	0,511
0,8	0,055	0,105	0,137	0,168	0,195	0,222	0,247	0,271	0,322	0,369	0,417	0,461
0,9	0,047	0,092	0,122	0,150	0,174	0,198	0,222	0,244	0,291	0,333	0,377	0,418
1,0	0,042	0,081	0,108	0,131	0,156	0,180	0,201	0,222	0,263	0,304	0,345	0,382
1,2	0,032	0,064	0,088	0,109	0,130	0,149	0,168	0,185	0,222	0,256	0,291	0,325
1,4	0,026	0,053	0,074	0,092	0,110	0,127	0,143	0,159	0,191	0,220	0,251	0,281
1,6	0,022	0,046	0,064	0,079	0,095	0,110	0,125	0,140	0,168	0,194	0,222	0,245
1,8	0,019	0,040	0,056	0,070	0,084	0,098	0,111	0,125	0,149	0,173	0,199	0,218
2,0	0,016	0,036	0,050	0,063	0,076	0,088	0,099	0,111	0,134	0,156	0,179	0,198
2,5	0,013	0,028	0,039	0,049	0,059	0,070	0,078	0,088	0,107	0,124	0,142	0,160
3,0	0,011	0,023	0,032	0,040	0,049	0,058	0,065	0,072	0,089	0,103	0,118	0,133
3,5	0,009	0,020	0,027	0,034	0,042	0,049	0,056	0,063	0,076	0,088	0,101	0,113
4,0	0,007	0,018	0,023	0,030	0,037	0,042	0,048	0,055	0,066	0,078	0,089	0,100

Tabel XIV. Excentrisch belaste cirkelvormige constructiedelen
met symmetrische wapening.

QR(n) 40 $d = 0,15h_t$

0,1	0,419	0,491	0,550	0,609	0,668	0,727	0,787	0,846	0,966	1,083	1,200	1,325
0,2	0,291	0,348	0,393	0,441	0,485	0,531	0,578	0,620	0,714	0,804	0,892	0,980
0,3	0,199	0,254	0,294	0,333	0,370	0,408	0,445	0,480	0,555	0,626	0,695	0,772
0,4	0,142	0,194	0,231	0,263	0,294	0,326	0,357	0,389	0,449	0,516	0,567	0,631
0,5	0,102	0,156	0,189	0,218	0,245	0,273	0,300	0,327	0,378	0,432	0,482	0,533
0,6	0,077	0,125	0,157	0,184	0,210	0,235	0,259	0,282	0,328	0,372	0,419	0,466
0,7	0,059	0,104	0,132	0,157	0,183	0,203	0,226	0,247	0,288	0,328	0,370	0,412
0,8	0,050	0,089	0,115	0,137	0,160	0,181	0,201	0,219	0,256	0,291	0,328	0,368
0,9	0,041	0,078	0,100	0,121	0,142	0,160	0,178	0,195	0,229	0,261	0,294	0,330
1,0	0,035	0,068	0,089	0,109	0,127	0,142	0,158	0,174	0,207	0,237	0,266	0,298
1,2	0,029	0,055	0,073	0,089	0,104	0,119	0,134	0,148	0,176	0,201	0,225	0,252
1,4	0,024	0,046	0,061	0,076	0,089	0,101	0,114	0,127	0,149	0,174	0,195	0,218
1,6	0,020	0,039	0,053	0,066	0,077	0,088	0,100	0,110	0,130	0,153	0,172	0,192
1,8	0,017	0,034	0,047	0,058	0,067	0,078	0,088	0,097	0,115	0,136	0,154	0,171
2,0	0,015	0,030	0,042	0,051	0,060	0,070	0,079	0,088	0,104	0,121	0,138	0,155
2,5	0,011	0,024	0,033	0,040	0,047	0,055	0,062	0,070	0,083	0,095	0,110	0,124
3,0	0,009	0,020	0,026	0,033	0,039	0,045	0,051	0,057	0,069	0,079	0,091	0,103
3,5	0,008	0,017	0,022	0,028	0,033	0,039	0,044	0,049	0,059	0,069	0,078	0,088
4,0	0,007	0,015	0,020	0,025	0,030	0,035	0,039	0,043	0,051	0,060	0,068	0,076



beide waarden in het algemeen ongelijk zijn. Door op systematische wijze enige malen te proberen vindt men de juiste oplossing.

Dezelfde berekeningen kunnen ook worden uitgevoerd met behulp van een tabel en wel voor rechthoekige doorsneden met tabel VII en voor cirkelvormige doorsneden met tabel VIII. De genoemde grafieken en tabel VII zijn, ofschoon zij voor meer eenvoudige gevallen als centrische belasting en symmetrische wapening eveneens kunnen worden toegepast, meer bedoeld voor excentrische belasting en asymmetrische wapening.

Voor b.v. centrisch belaste constructiedelen met symmetrische wapening kan men meer eenvoudige grafieken of tabellen maken. Is de vorm van de doorsnede en de staalkwaliteit bekend, dan is volgens verg. (20) ϵ_1 te bepalen en is ϵ_2 volgens verg. (21) nog slechts afhankelijk van λ^2 , daar tevens $\epsilon_0 = 0$.

Tabel XV. Centrisch en excentrisch belaste rechthoekige constructiedelen voorzien

beton- kwaliteit	ω_t' in						
K 160	0,284	0,379	0,569	0,759	0,948	1,138	1,328
K 225	0,400	0,533	0,800	1,067	1,333	1,600	1,867
K 300	0,533	0,711	1,067	1,422	1,778	2,133	2,489
$\frac{\epsilon_{\text{tot}}}{h_t}$	$\frac{N'}{\sigma_u' b h_t} =$						
0,1	0,430	0,439	0,462	0,483	0,505	0,526	0,546
0,2	0,330	0,341	0,359	0,376	0,395	0,414	0,433
0,3	0,246	0,258	0,280	0,295	0,315	0,333	0,350
0,4	0,171	0,185	0,210	0,230	0,250	0,271	0,292
0,5	0,118	0,134	0,158	0,180	0,198	0,218	0,234
0,6	0,082	0,099	0,123	0,143	0,159	0,175	0,190
0,7	0,061	0,074	0,098	0,115	0,132	0,147	0,160
0,8	0,047	0,058	0,080	0,096	0,113	0,125	0,137
0,9	0,038	0,047	0,068	0,083	0,098	0,109	0,120
1,0	0,032	0,039	0,057	0,071	0,085	0,096	0,107

Tabel XVI. Centrisch en excentrisch belaste rechthoekige constructiedelen voorzien

0,1	0,454	0,474	0,506	0,543	0,577	0,614	0,650
0,2	0,346	0,360	0,391	0,419	0,447	0,476	0,508
0,3	0,261	0,277	0,306	0,332	0,358	0,385	0,409
0,4	0,194	0,212	0,244	0,272	0,296	0,316	0,338
0,5	0,144	0,163	0,195	0,224	0,248	0,266	0,289
0,6	0,111	0,128	0,159	0,185	0,208	0,228	0,250
0,7	0,087	0,103	0,131	0,155	0,176	0,197	0,217
0,8	0,069	0,085	0,109	0,132	0,151	0,173	0,190
0,9	0,056	0,071	0,091	0,113	0,132	0,150	0,167
1,0	0,047	0,061	0,079	0,098	0,117	0,133	0,148

Opmerking. Voor tussenliggende waarden mag rechtlijnig worden geïnterpoleerd.

Voor een aangenomen vervormingstoestand ($\varepsilon_2 = 3,50/00$ en x/h_t) is met de evenwichtsvoorwaarden (3" en 4") N_u' en e_{tot} te berekenen, als ook de betondekking bekend is. De waarde van $e_2 = e_{\text{tot}} - e_1$ geeft de grootte van λ . Enkele voorbeelden zijn in grafiekvorm weergegeven in de fig. 68 t/m 73, waarin tevens de breukbelasting N_u' is vervangen door de toelaatbare belasting $\bar{N}' = N_u'/1,80$.

In geval van b.v. excentrische belasting en symmetrische wapening zijn, weer uitgaande van de beide evenwichtsvoorwaarden en aangenomen vervormingstoestanden, in de tabellen IX t/m XIV waarden van de toelaatbare belastingen aangegeven als functie van $\omega = \omega'$ resp. ω_t' en e_{tot} voor verschillende gevallen.

van 8 staven QR 24 $d = 0,1h_t$

10⁻²

1,517	1,707	1,897	2,370	2,844	3,319	3,792	4,740	5,689
2,133	2,400	2,667	3,333	4,000	4,667	5,333	6,667	8,000
2,844	3,200	3,556	4,444	5,333	6,222	7,111	8,889	10,667

$\frac{\bar{N}'}{\sigma_u' B}$

0,565	0,588	0,612	0,665	0,710	0,764	0,818	0,923	1,033
0,450	0,468	0,488	0,533	0,577	0,621	0,663	0,758	0,840
0,368	0,385	0,403	0,438	0,477	0,517	0,552	0,633	0,707
0,307	0,321	0,337	0,369	0,408	0,441	0,475	0,543	0,608
0,250	0,265	0,284	0,320	0,352	0,381	0,412	0,473	0,533
0,205	0,220	0,235	0,268	0,301	0,333	0,364	0,419	0,471
0,174	0,185	0,198	0,229	0,257	0,285	0,314	0,372	0,418
0,150	0,160	0,171	0,198	0,224	0,248	0,272	0,325	0,374
0,131	0,141	0,152	0,173	0,198	0,219	0,240	0,286	0,332
0,116	0,126	0,136	0,154	0,177	0,197	0,216	0,255	0,298

van 8 staven QR(n) 40 $d = 0,1h_t$

0,686	0,718	0,755	0,845	0,933	1,023	1,109	1,284	1,460
0,536	0,567	0,595	0,668	0,738	0,808	0,883	1,025	1,163
0,434	0,457	0,481	0,543	0,601	0,661	0,725	0,839	0,958
0,359	0,382	0,401	0,455	0,506	0,556	0,612	0,709	0,807
0,308	0,327	0,345	0,392	0,436	0,479	0,528	0,615	0,706
0,268	0,285	0,303	0,344	0,385	0,425	0,466	0,544	0,623
0,234	0,253	0,270	0,306	0,344	0,380	0,416	0,488	0,558
0,206	0,224	0,239	0,275	0,309	0,343	0,376	0,441	0,506
0,182	0,198	0,214	0,249	0,281	0,311	0,343	0,404	0,463
0,161	0,175	0,191	0,225	0,257	0,286	0,315	0,371	0,426

Opgemerkt dient te worden dat in de genoemde tabellen en grafiek ten aanzien van constructiedelen met rechthoekige doorsnede alleen die wapening in de berekeningen is betrokken, die de aangegeven betondekking bezitten. De zgn. tussenstaven zijn dus verwaarloosd. In de tabellen XV en XVI is echter wel rekening gehouden met de tussenstaven, voor het geval dat 8 staven met

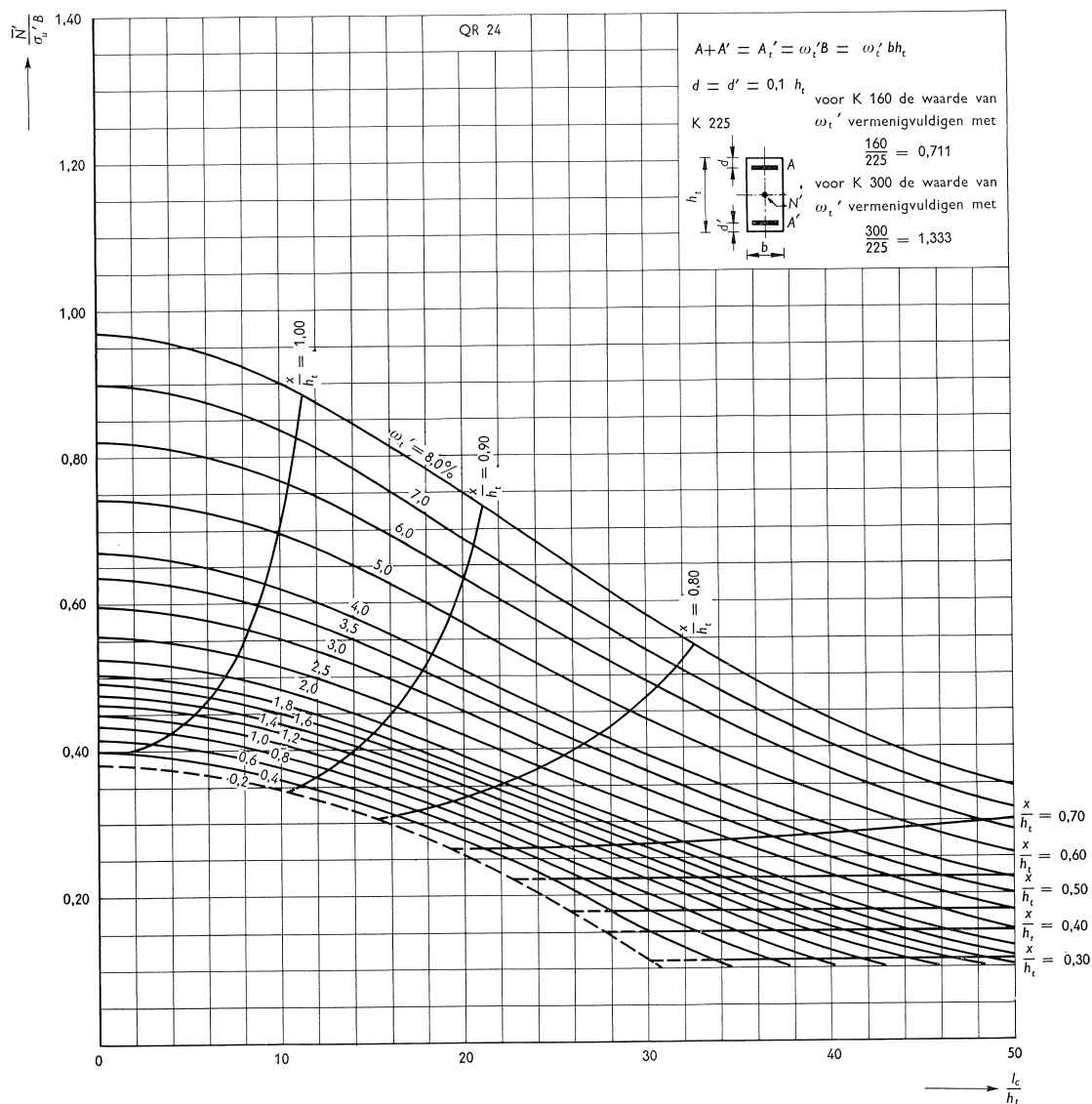


Fig. 68. Berekening van centrisch belaste constructiedelen met rechthoekige doorsnede voor QR 24 en $d = d' = 0,1 h_t$.

gelijke diameter ($A_t' = \omega_t' b h_t$) regelmatig langs de omtrek zijn verdeeld (4 hoekstaven en 4 tussenstaven).

In fig. 74 tenslotte zijn voor verschillende vormen van de doorsnede de formules aangegeven voor de berekening van de grootte en de ligging van de resultante van de betondrukspanningen in geval van een paraboelvormig verlopend σ - ε -diagram.

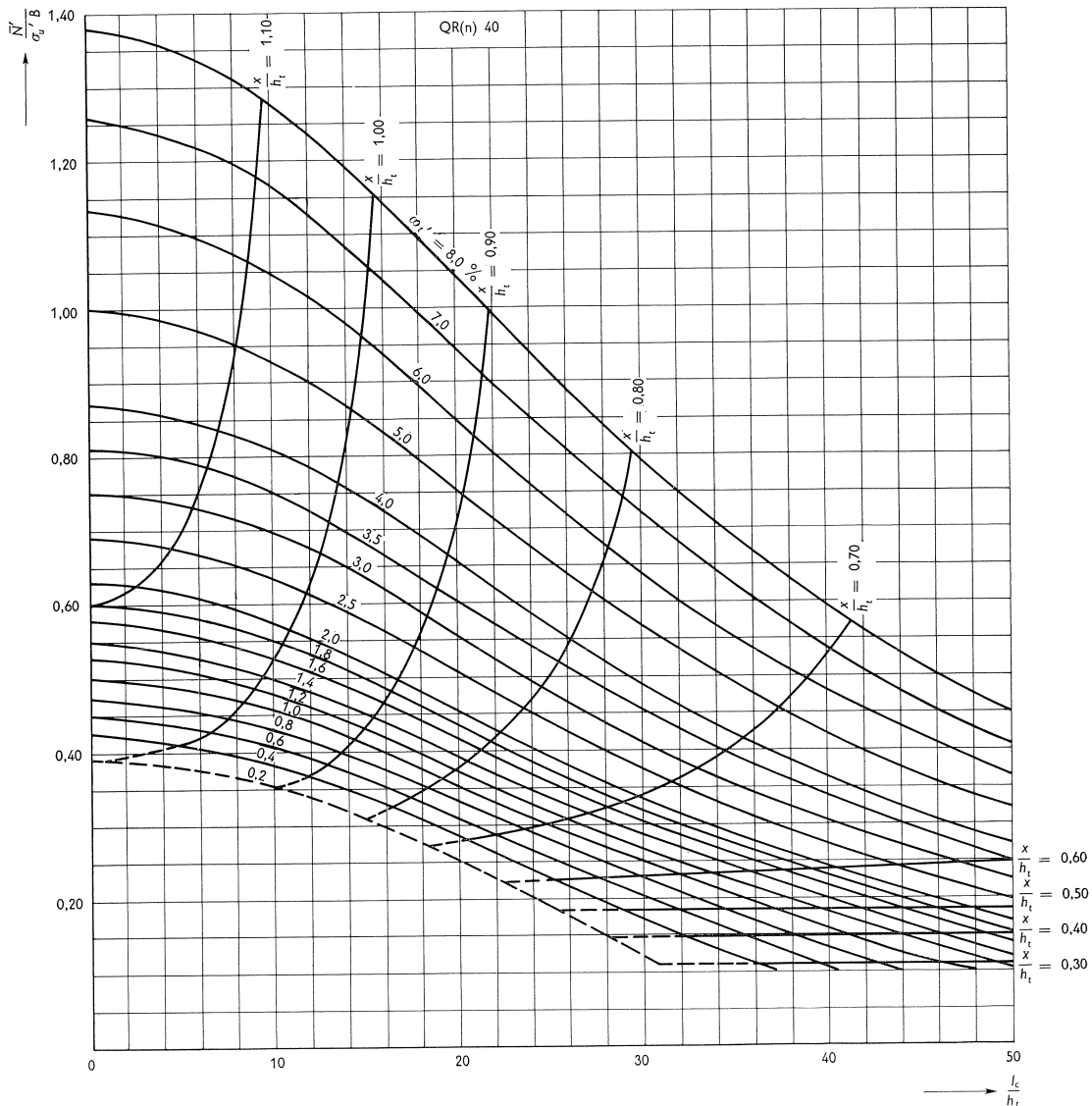


Fig. 69. Berekening van centraal belaste constructiedelen met rechthoekige doorsnede voor QR(n) 40 en $d = d' = 0,1h_t$.

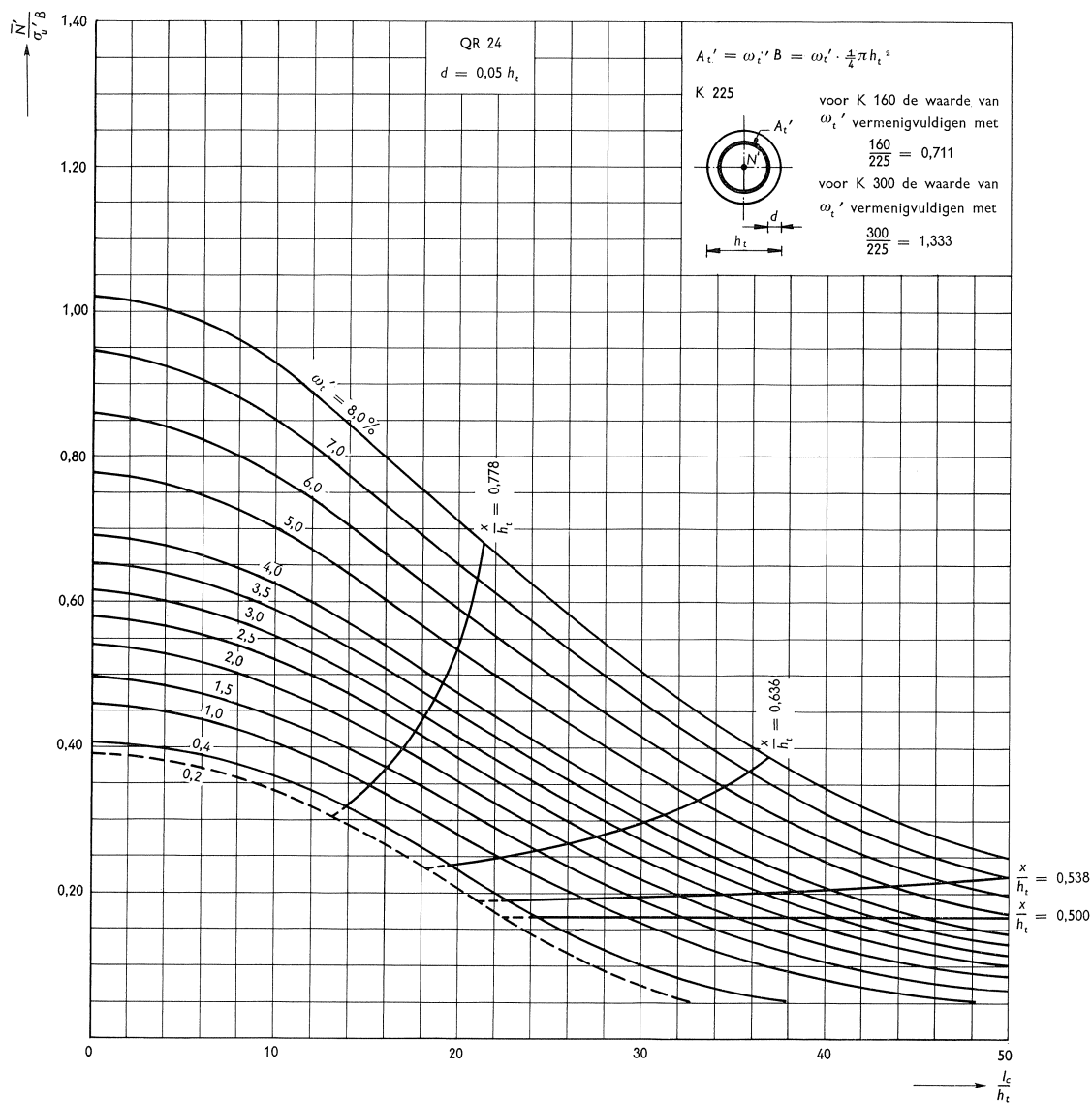


Fig. 70. Berekening van centrisch belaste constructiedelen met cirkelvormige doorsnede voor QR 24 en $d = 0,05 h_t$.

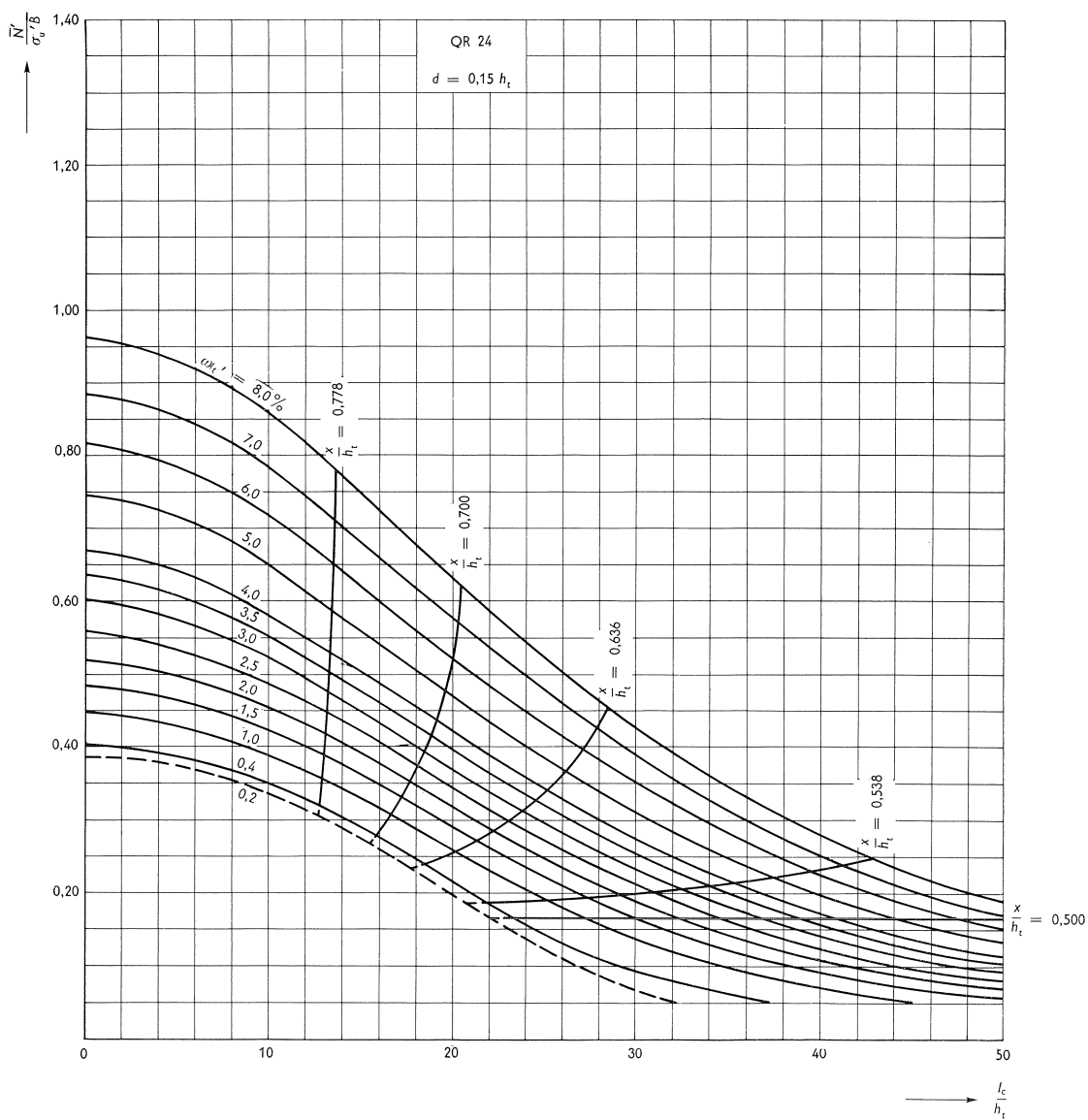


Fig. 71. Berekening van centrisc belaste constructiedelen met cirkelvormige doorsnede voor QR 24 en $d = 0,15h_t$.

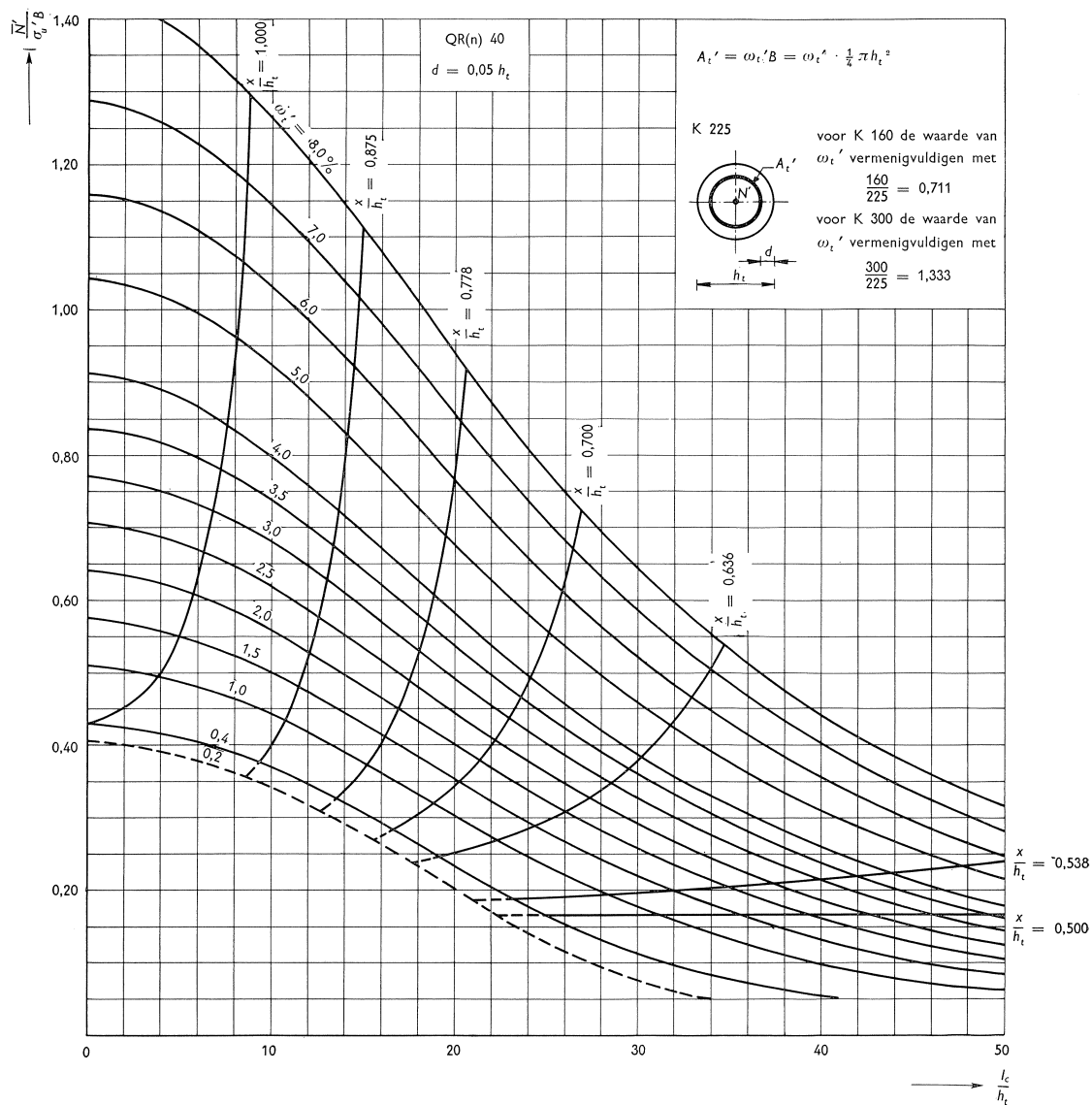


Fig. 72. Berekening van centrisch belaste constructiedelen met cirkelvormige doorsnede voor QR(n) 40 en $d = 0,05 h_t$.

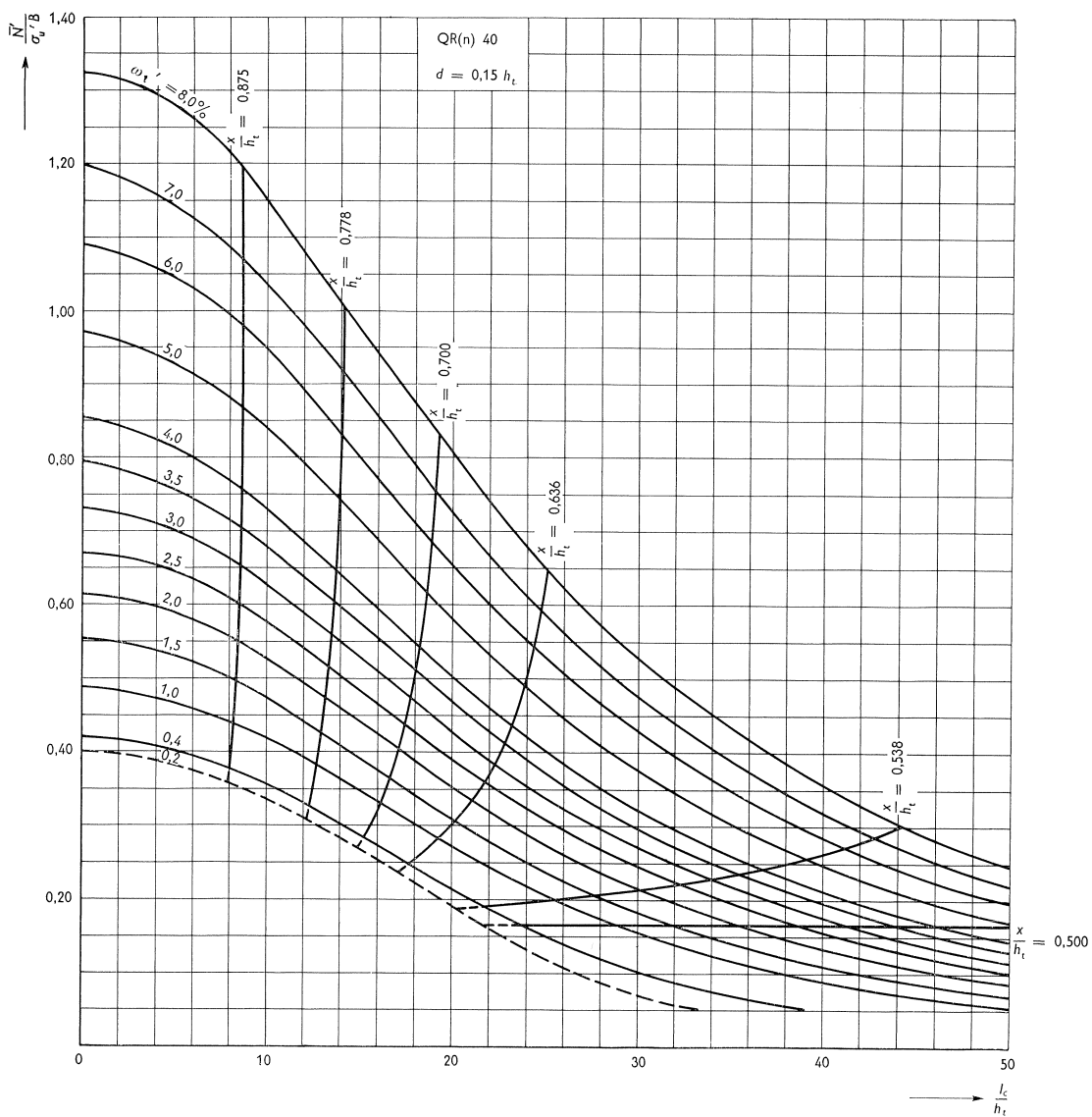


Fig. 73. Berekening van centrisch belaste constructiedelen met cirkelvormige doorsnede voor QR(n) 40 en $d = 0,15 h_t$.

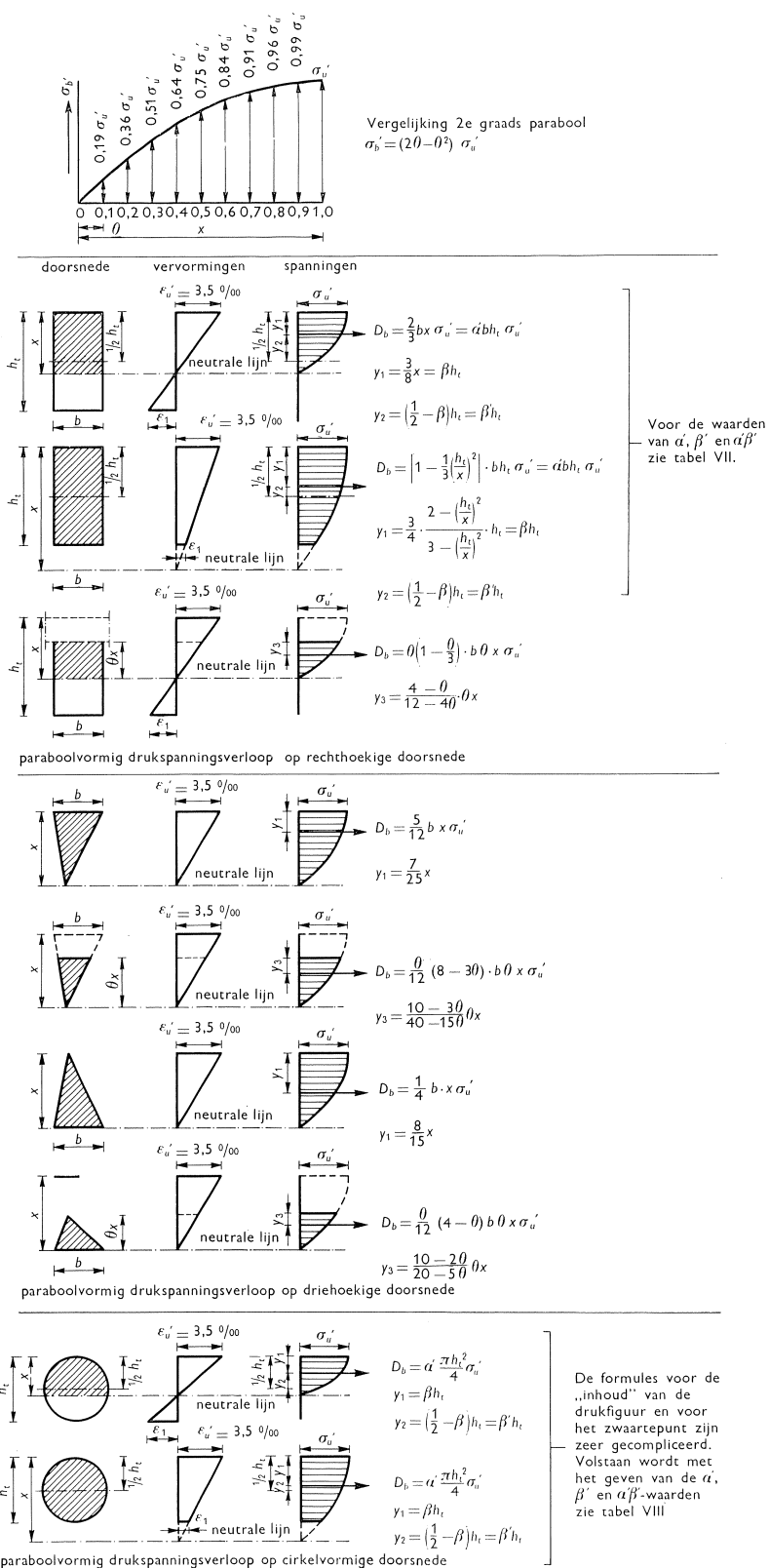


Fig. 74. Enige gegevens betreffende het paraboolvormig spanningsverloop van de betondrukzone.

1.4.3 T-vormige en trapeziumvormige doorsnede

Teneinde de berekeningswijze zoals deze in 1.4.1 is gegeven te verifiëren aan de hand van constructiedelen met andere dan rechthoekige of cirkelvormige doorsneden, is voor enkele waarden van λ de toelaatbare belasting als functie van e_0 bepaald voor een T-vormige en een trapeziumvormige doorsnede. Tevens zijn in deze gevallen de breukbelastingen bepaald met modelproeven (zie 1.3.1). In de fig. 75 en 76 is het verloop van de verschillende belastingen en het verloop van de veiligheidscoëfficiënt γ weergegeven. Het blijkt dat in alle gevallen een voldoende grote en een redelijke waarde van γ wordt verkregen.

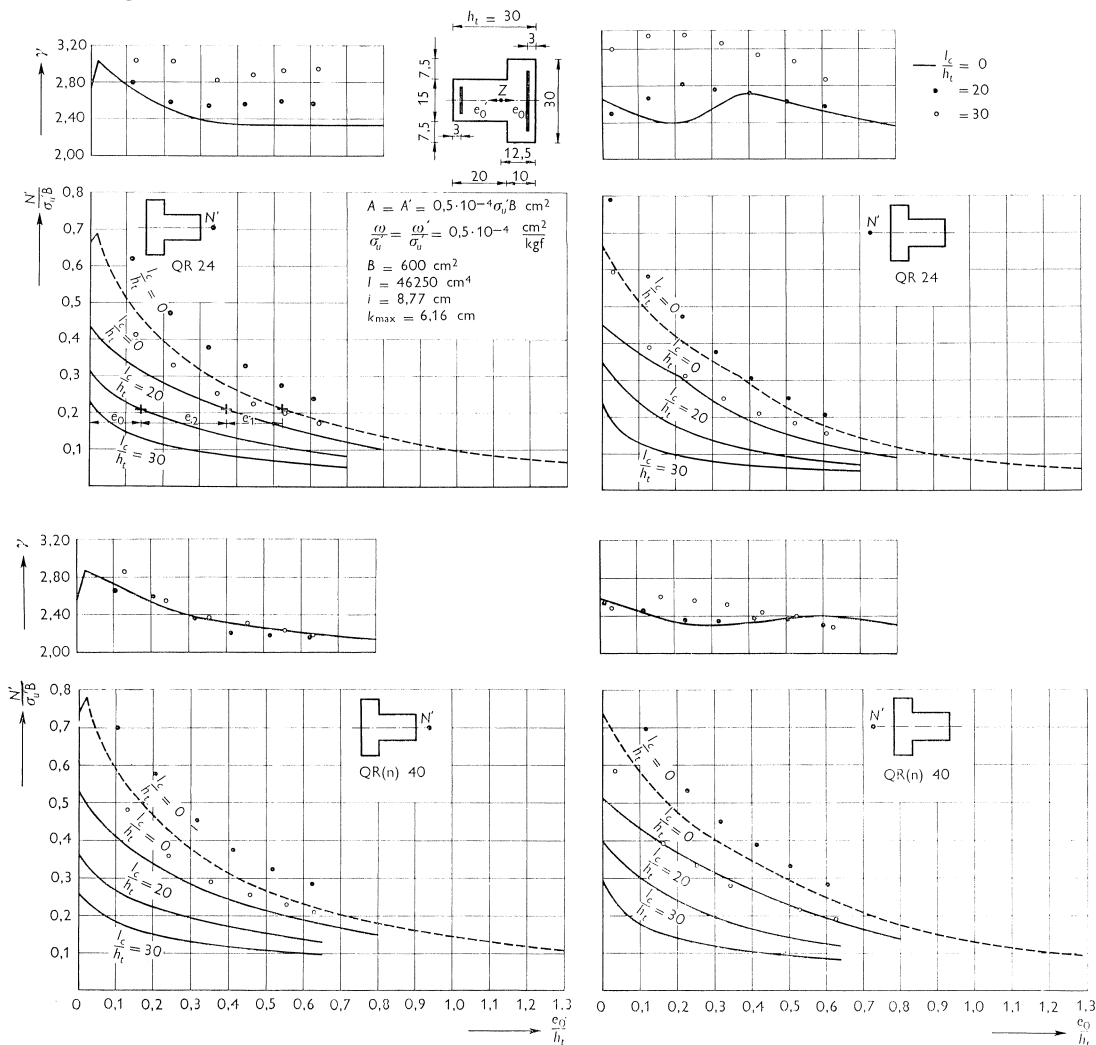


Fig. 75. Verloop van de breukbelasting, van de toelaatbare belasting en van de veiligheidscoëfficiënt γ als functie van de begin-excentriciteit e_0 voor een T-vormige doorsnede.

- belasting volgens doorsnede-berekening gedeeld door $\gamma = 1,80$
- toelaatbare belasting afgeleid uit de doorsnede-berekening waarbij voor de excentriciteit $e_{\text{tot}} = e_0 + e_1 + e_2$ is ingevoerd
- breukbelasting bepaald met model-analogie • $l_c/h_t = 20$ ◦ $l_c/h_t = 30$

1.4.4 Vergelijking van de n -methode met de breukmethode

In 18 gevallen is de toelaatbare belasting berekend zowel volgens de n -methode als volgens de breukmethode. In de fig. 77 t/m 94 is deze belasting uitgezet als functie van e_0 voor verschillende waarden van λ . Bij de n -methode is in geval van centrische druk ($e_0 = 0$) voor de toelaatbare betondrukspanning gesteld:

voor K 160 $\rightarrow \bar{\sigma} = 40 \text{ kgf/cm}^2$
 voor K 225 $\rightarrow \bar{\sigma} = 55 \text{ kgf/cm}^2$
 en voor K 300 $\rightarrow \bar{\sigma} = 75 \text{ kgf/cm}^2$

zijnde ca. $\frac{1}{4}$ van de kubusdruksterkte. Voor de knikfactoren bij centrische druk is gebruik gemaakt van die vermeld in de G.B.V. 1950. Voor de toelaatbare buigdrukspanning is resp. aangehouden:

voor K 160 $\rightarrow \bar{\sigma} = 55 \text{ kgf/cm}^2$
 voor K 225 $\rightarrow \bar{\sigma} = 75 \text{ kgf/cm}^2$
 en voor K 300 $\rightarrow \bar{\sigma} = 100 \text{ kgf/cm}^2$

zijnde ca. $\frac{1}{3}$ van de kubusdruksterkte. De genoemde verhoudingen stemmen vrijwel overeen met die welke in de G.B.V. 1950 zijn aangehouden. (Opge-merkt wordt dat de aangenomen spanningen bij K 300 hoger zijn dan volgens de G.B.V. 1950 was toegestaan).

Uit de figuren blijkt dat voor grote waarden van λ de breukmethode in het algemeen aanleiding geeft tot lagere waarden van de toelaatbare belasting dan de n -methode. Gezien de resultaten van de proeven van GAEDE en van het

(doorlezen op blz. 94)

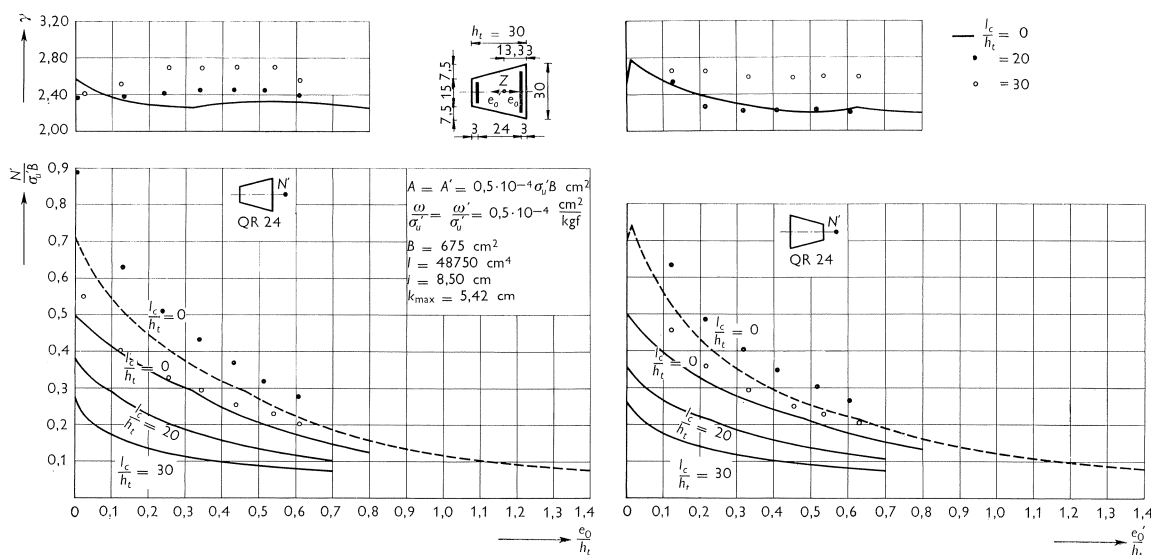


Fig. 76. Verloop van de breukbelasting, van de toelaatbare belasting en van de veiligheidscoëfficiënt γ als functie van de begin-excentriciteit e_0 voor een trapeziumvormige doorsnede.

----- belasting volgens doorsnede-berekening gedeeld door $\gamma = 1.80$

———— toelaatbare belasting afgeleid uit de doorsnede-berekening waarbij voor de excentriciteit $e_{\text{tot}} = e_0 + e_1 + e_2$ is ingevoerd

breukbelasting bepaald met model-analogie $\bullet \frac{l_c}{h_t} = 20 \quad \circ \frac{l_c}{h_t} = 30$

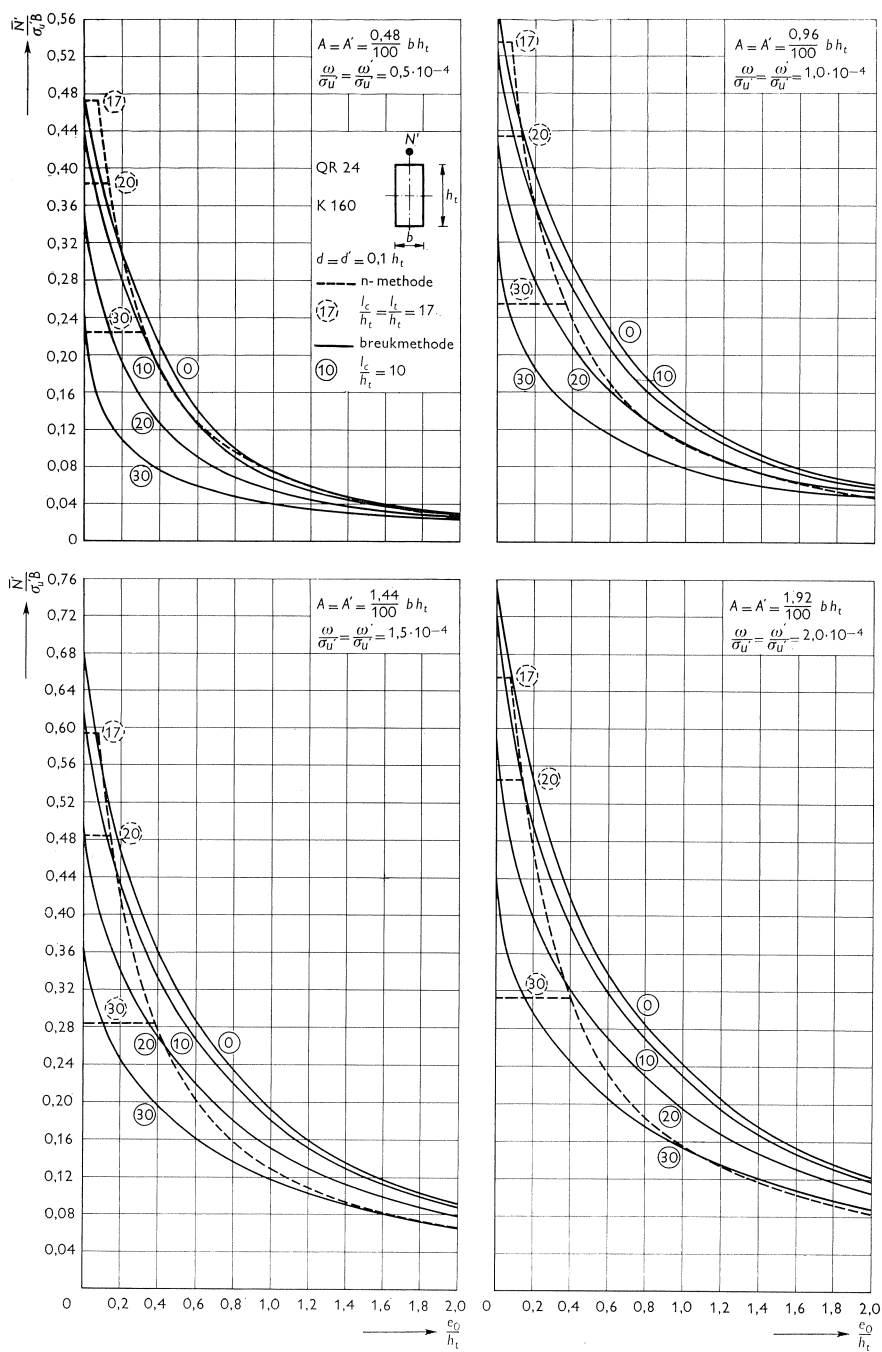


Fig. 77 t/m 80. Verloop van de toelaatbare belasting als functie van e_0 zowel berekend volgens de n -methode als volgens de breukmethode.

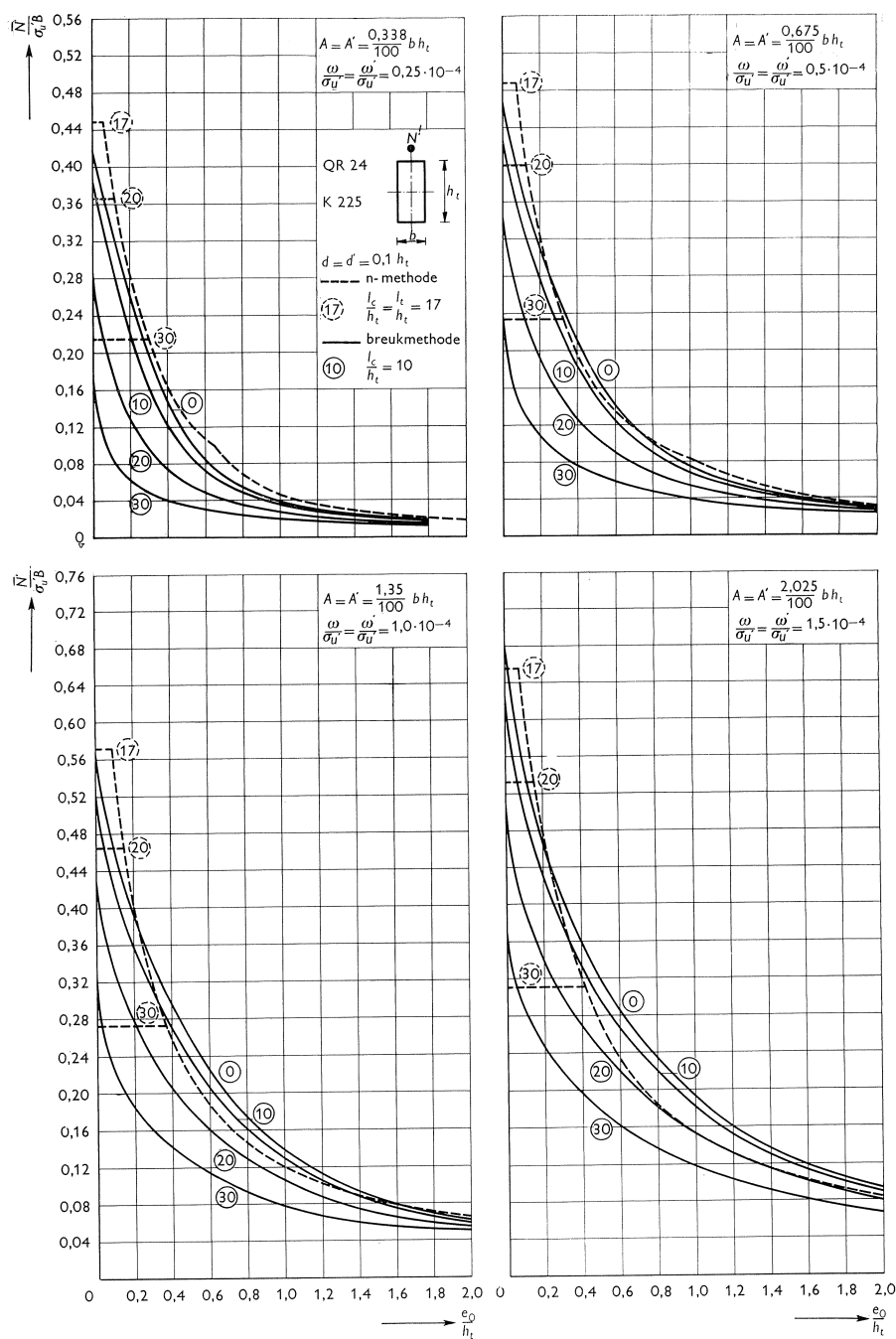


Fig. 81 t/m 84. Verloop van de toelaatbare belasting als functie van e_0 zowel berekend volgens de *n*-methode als volgens de breukmethode.

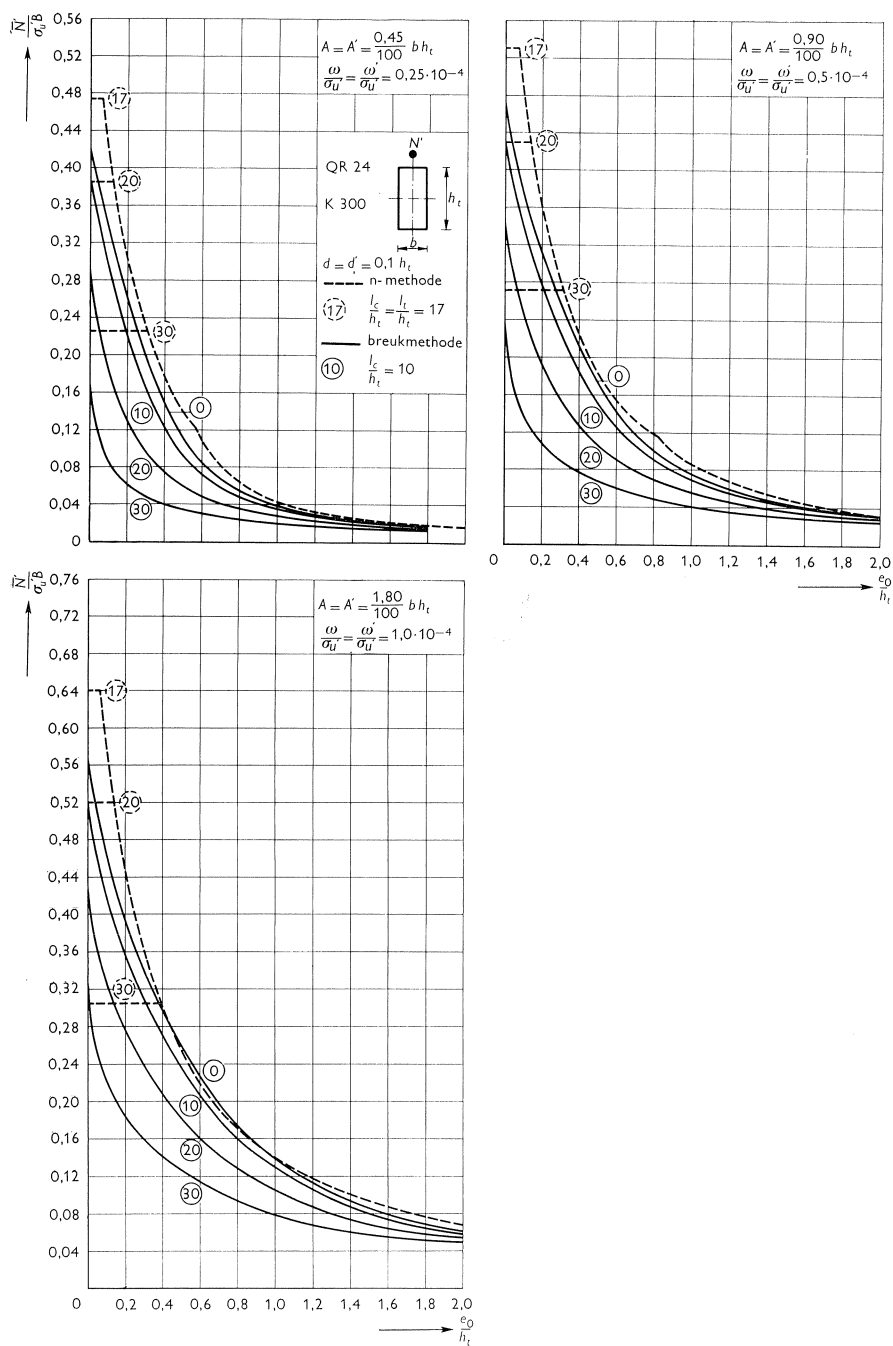


Fig. 85 t/m 87. Verloop van de toelaatbare belasting als functie van e_0 zowel berekend volgens de n -methode als volgens de breukmethode.

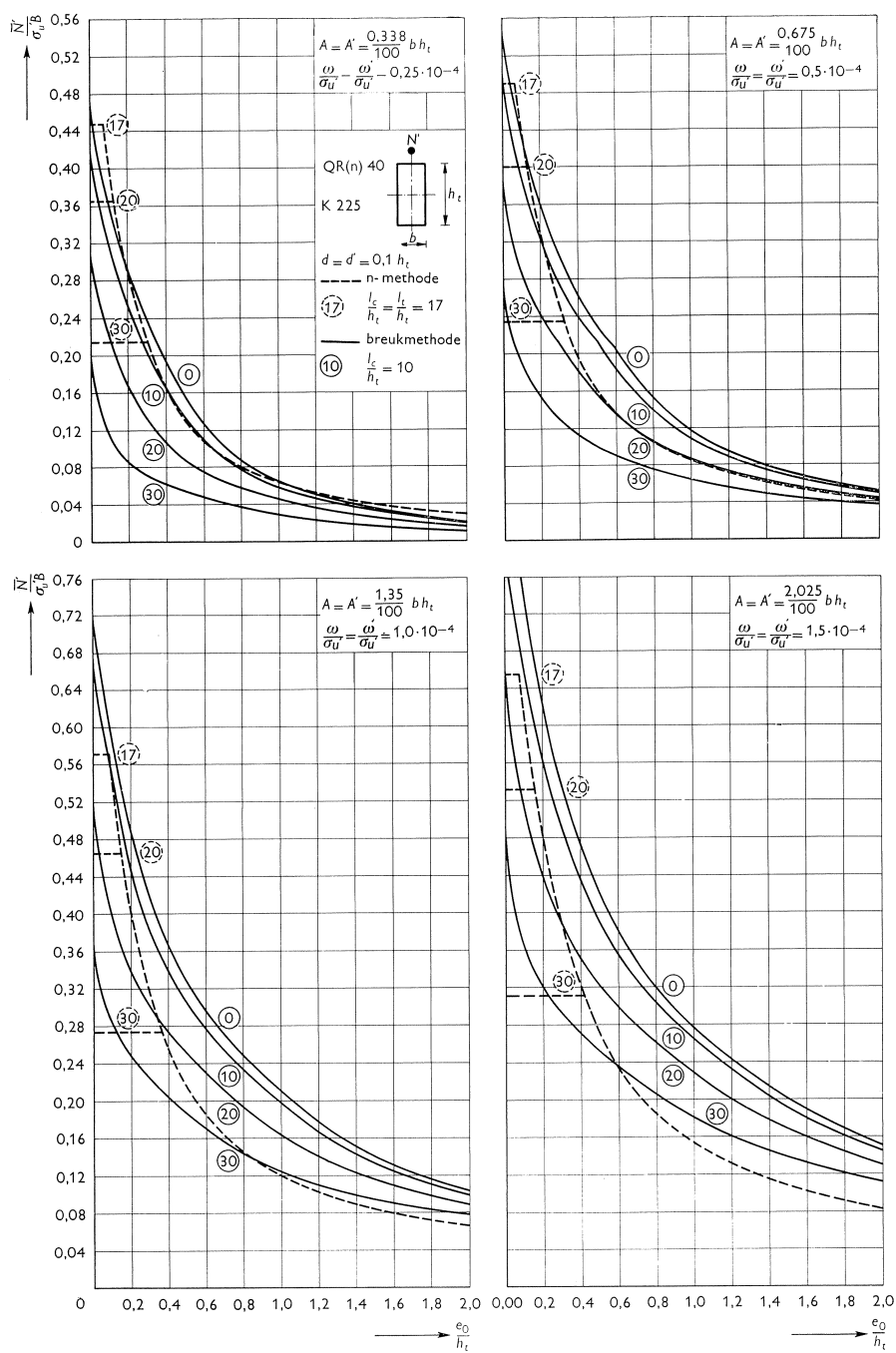


Fig. 88 t/m 91. Verloop van de toelaatbare belasting als functie van e_0 zowel berekend volgens de n -methode als volgens de breukmethode.

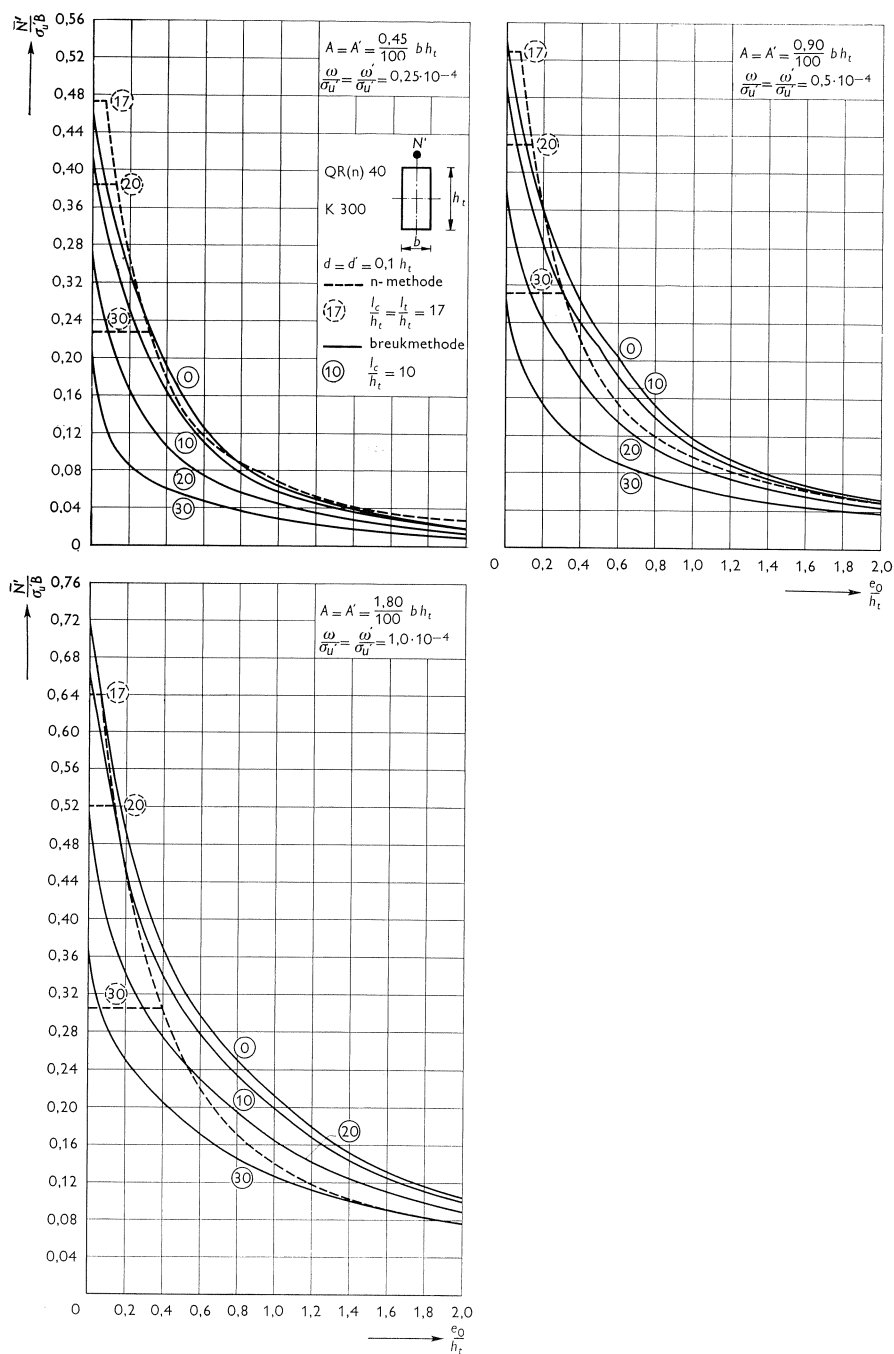


Fig. 92 t/m 94. Verloop van de toelaatbare belasting als functie van e_0 zowel berekend volgens de n -methode als volgens de breukmethode.

Instituut is dit begrijpelijk. Voor een juiste vergelijking dient echter te worden bedacht dat volgens de G.B.V. 1950 de kniklengte steeds gelijk is aan de lengte van het constructiedeel. Volgens de G.B.V. 1962 worden gunstiger randvoorwaarden gehonoreerd met een vermindering van de kniklengte¹⁾. Naarmate echter het aandeel van het staal in de krachtswerking (uitgedrukt door $\omega_t' \cdot \sigma_e' / \sigma_u'$) groter wordt ten opzichte van dat van het beton, blijkt dat de toelaatbare belasting volgens de breukmethode stijgt ten opzichte van die volgens de n -methode en in een aantal gevallen groter wordt.

¹⁾ In de skeletbouw zal l_e/h_t veelal ca. 10–15 bedragen.

1.4.5 Invloed van het vervangen denken van de wapening door een dunwandige cilindrische buis van gelijke doorsnede bij constructiedelen met cirkelvormige doorsnede

Eenvoudigheidshalve is in 1.1.2 in geval van constructiedelen met cirkelvormige doorsnede de wapening vervangen gedacht door een dunwandige cilindrische buis van gelijke doorsnede. Voor zes of meer wapeningsstaven zijn de afwijkingen in de uitkomsten ten gevolge van deze handelwijze zeer gering. Worden minder staven toegepast dan zullen merkbare afwijkingen optreden. In fig. 95 zijn de uitkomsten gegeven voor twee gevallen waarbij 4 staven zijn toegepast. In beide gevallen is de toelaatbare belasting uitgezet als functie van e_{tot} .

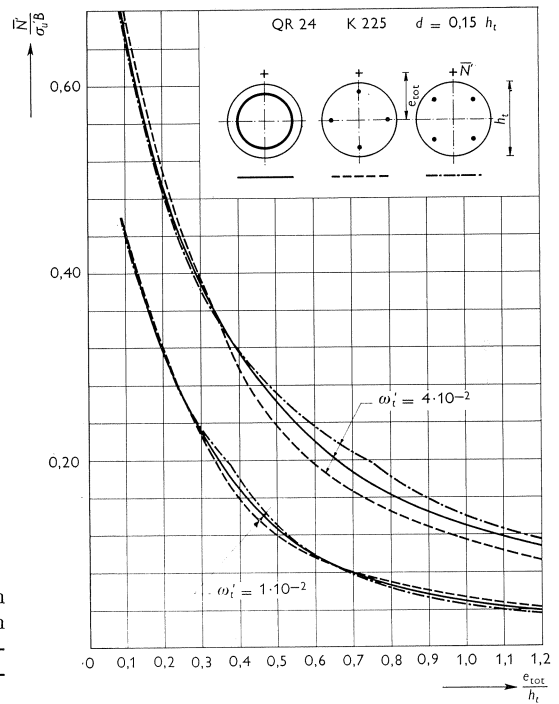


Fig. 95. Invloed van het vervangen denken van 4 wapeningsstaven door een dunwandige cilindrische buis bij constructiedelen met cirkelvormige doorsnede.

2 Benaderingen (G.B.V. 1962 art. 48)

In art. 48 van de G.B.V. 1962 zijn enkele benaderingsmethoden aangegeven, die beogen de hoeveelheid rekenwerk te verminderen en/of ingewikkelde doorsnedevormen eenvoudiger voor berekening toegankelijk te maken. In het algemeen zal het materiaalverbruik bij deze werkwijzen groter zijn dan bij toepassing van de berekeningsmethode van 1.4.1.

2.1 Rechthoekig σ - ϵ -diagram van beton

In plaats van het paraboolvormig verlopend σ - ϵ -diagram van beton, zoals is weergegeven in fig. 1b, wordt uitgegaan van het vereenvoudigde diagram van fig. 96. Voor een rechthoekige doorsnede van een constructiedeel zullen de consequenties hiervan worden nagegaan. Teneinde voor de grootte van D_b in beide gevallen dezelfde waarde te verkrijgen dient het volgende verband tussen x_r (rechthoekig verloop) en x_p (paraboolvormig verloop) te bestaan (zie fig. 97):

$$x_r = \frac{2}{3}x_p.$$

De afstand van D_b tot het zwaartepunt van de doorsnede is bij een rechthoekig verloop echter enigszins groter, dus ook de bijdrage van D_b tot het inwendige moment.

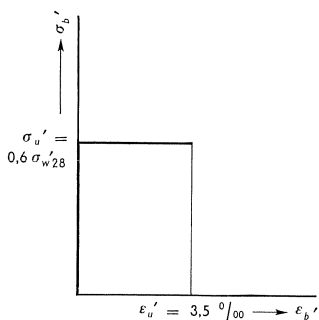


Fig. 96. Vereenvoudigd σ - ϵ -diagram van beton.

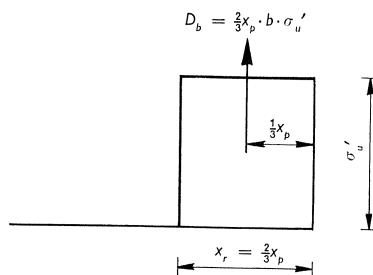
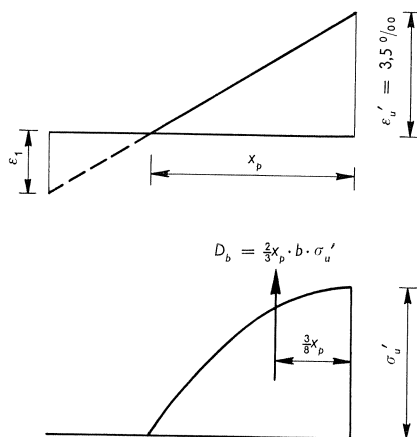


Fig. 97. Benadering van een paraboolvormig drukspanningsdiagram door een rechthoekig diagram.

slankheid, zoals in art. 48 is geschied, doch ook van de beton- en staalkwaliteit en van de hoeveelheid staal. Vooral de laatste grootheid blijkt een aanzienlijke invloed te hebben. Daar bij een ontwerp-berekening deze grootheid onbekend is, zou het afhankelijk stellen van de knikfactoren van deze grootheid weer tot een ingewikkelde methode leiden, hetgeen juist niet de bedoeling is. De in art. 48 gegeven methode moet om deze reden dan ook slechts worden gezien als een middel om op eenvoudige wijze bij het ontwerpen voorlopige afmetingen van een doorsnede vast te stellen of om een globale controle van een gegeven constructiedeel mogelijk te maken.

Voor het bepalen van de knikfactoren is in eerste instantie uitgegaan van de berekeningswijze omschreven in 1.4.1. Voor een gegeven vorm van de doorsnede is e_1 te bepalen (zie verg. 20). Is voorts de staalkwaliteit bekend, dan is e_2 nog slechts afhankelijk van λ daar $e_0 = 0$ (verg. 21). Stelt men weer een vervormingstoestand gegeven door $\varepsilon_2 = \sigma_u' = 3,50/00$ en een bekende waarde van x of ε_1 , dan zijn de bijbehorende waarden van N_u' en M_u te berekenen, zodat ook e_{tot} bepaald is. Daar e_1 bekend is kan e_2 worden berekend en hiermede de bijbehorende waarde van $\lambda = \lambda_1$.

Per definitie is de toelaatbare belasting $\bar{N}'_{\lambda = \lambda_1}$:

$$\bar{N}'_{\lambda = \lambda_1} = \frac{N_{br' \lambda = 0}}{\gamma \cdot \psi_{\lambda = \lambda_1}} = \frac{N_{br' \lambda = 0}}{2,5 \psi_{\lambda = \lambda_1}} \quad \dots \quad (23)$$

waarin $\psi_{\lambda = \lambda_1}$ = knikfactor behorend bij $\lambda = \lambda_1$

$$\gamma = 2,50 = \text{veiligheidscoëfficiënt voor } e_0 = 0$$

$N_{br' \lambda = 0} = \sigma_u' B + \sigma_e' A_t'$, daar in dit geval over de gehele doorsnede geldt $\varepsilon' = \varepsilon_u' = 3,50/00$. Ook is echter:

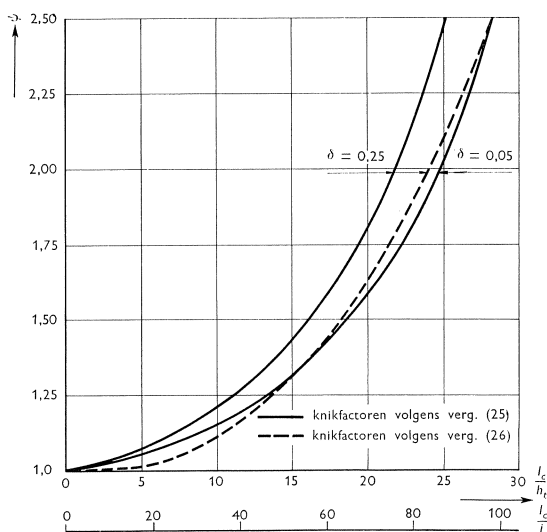
$$\bar{N}'_{\lambda = \lambda_1} = \frac{N_{u' \lambda = \lambda_1}}{1,80} \quad \dots \quad (24)$$

Gelijkstelling van de verg. (23 en (24) leidt tot:

$$\psi_{\lambda = \lambda_1} = \frac{N_{br' \lambda = 0}}{N_{u' \lambda = \lambda_1} \cdot \frac{2,50}{1,80}} = \frac{N_{br' \lambda = 0}}{1,389 N_{u' \lambda = \lambda_1}} \quad \dots \quad (25)$$

Op deze wijze is voor een groot aantal gevallen het verband tussen ψ en λ berekend. Hieruit zijn omhullenden bepaald die het verband tussen λ en de maximale waarde van ψ aangeven. Voor twee waarden van de betondekking, t.w. $d = 0,05h_t$ en $d = 0,25h_t$ zijn deze omhullenden in fig. 98 weergegeven. De gevallen met de minimaal toegestane hoeveelheid wapening bleken bepalend te zijn. Voor grotere hoeveelheden wapening zijn de waarden van de knikfactoren in het algemeen dus kleiner.

Fig. 98. Bepaling van de knikfactor ψ als functie van de slankheid.



Aan de hand van figuren zoals de fig. 46 t/m 58 kunnen ook knikfactoren worden bepaald en wel uit:

$$\psi_{\lambda=\lambda_1} = \frac{N_{br' \lambda=0}}{N_{br' \lambda=\lambda_1}} \cdot \dots \quad (26)$$

Uit een groot aantal berekeningen zijn weer omhullenden

bepaald waarvan die voor $d = 0,25h_t$ eveneens in fig. 98 is aangegeven. Het blijkt dat de omhullenden volgens de eerstbesproken methode aanleiding geven tot grotere waarden van ψ . Zoals vermeld waren bij deze methode de gevallen met minimale hoeveelheid wapening bepalend. In deze gevallen was de veiligheidscoëfficiënt enigszins verhoogd, zoals in 1.4.1 is besproken. Deze verhoging komt dus tot uiting in fig. 98.

Voor de knikfactoren vermeld in art. 48 lid 14 zijn de maximale, bij de eerstbesproken methode gevonden, waarden van ψ aangehouden. Het bleek mogelijk ten aanzien van de betondekking lineair te interpoleren.

Ter vergelijking is in fig. 99 de knikfactor ψ als functie van l_t/h_t gegeven voor kolommen met rechthoekige doorsnede en $d = 0,1 h_t$ in geval van skeletbouw, zowel volgens de G.B.V. 1950 als de G.B.V. 1962.

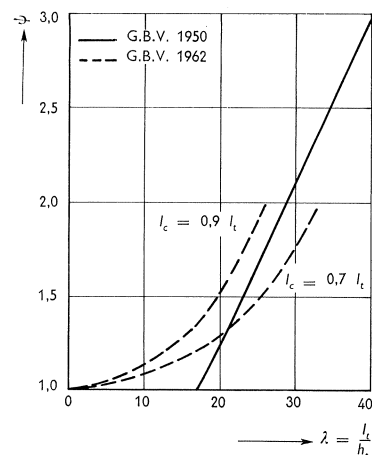


Fig. 99. Vergelijking van de grootte van de knikfactor voor kolommen in skeletbouw (rechthoekige doorsnede en $d = 0,1h_t$).

2.2.2 Omwikkelde constructiedelen.

Voor het verkrijgen van de waarden van de knikfactor voor omwikkelde constructiedelen is de werkwijze van de G.B.V. 1950 gevolgd. Ter illustratie is in fig. 100 het verloop van de toelaatbare belasting als functie van l_t/h_t zowel volgens de G.B.V. 1950 als volgens de G.B.V. 1962 weergegeven.

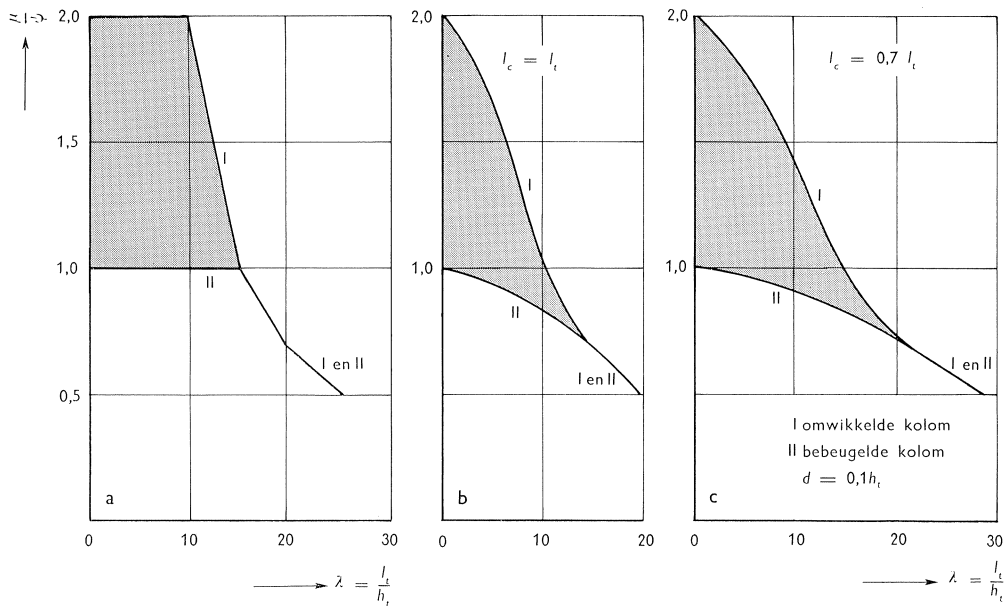


Fig. 100. Verloop van de opneembare belasting als functie van de slankheid voor omwikkelde en beugelde kolommen met eenzelfde hoeveelheid langswapening en met dezelfde cirkelvormige doorsnede volgens G.B.V. 1950 (a) en de G.B.V. 1962 (b en c).

$$\mu = \frac{\text{opneembare belasting omwikkelde kolom}}{\text{opneembare belasting beugelde kolom}}$$

ψ = knikfactor

3 Voorbeelden

In het nu volgende zijn enkele kolommen berekend, waarbij zowel van grafieken als tabellen gebruik is gemaakt. In het algemeen bieden de tabellen het voordeel van een grotere nauwkeurigheid; de grafieken hebben het voordeel dat men de invloed van de verschillende variabelen beter kan overzien.

Voorbeeld 1

Een kolom met een doorsnede van $50 \times 35 \text{ cm}^2$ wordt in een betonskelet excentrisch belast door een (optredende) toelaatbare belasting van 45,8 tf. De last staat op de symmetrie-as evenwijdig aan de lange zijde. De excentriciteit bedraagt 22,5 cm. De kolom wordt ter plaatse van de verdiepingvloeren in twee richtingen gekoppeld door balken, waarvan het traagheidsmoment groter is dan dat van de kolom. De afstand bovenkant vloer tot bovenkant vloer is 8 m.

Gevraagd de wapening indien QR 24 en K 225 worden toegepast.

Gegevens

$$\left. \begin{aligned} b &= 35 \text{ cm} \\ h_t &= 50 \text{ cm} \end{aligned} \right\} B = 35 \cdot 50 = 1750 \text{ cm}^2$$

$$d = d' = 5 \text{ cm} = 0,1h_t$$

$$e_0 = 22,5 \text{ cm}$$

$$l_c = 0,7 \cdot 800 = 560 \text{ cm} \rightarrow \frac{l_c}{h_t} = \frac{560}{50} = 11,2$$

$$\bar{N}' = 45,8 \text{ tf} \rightarrow N_u' = 45,8 \cdot 1,80 = 82,44 \text{ tf}$$

$$\sigma_u' = 0,6 \cdot 225 = 135 \text{ kgf/cm}^2$$

Oplossing door gebruik te maken van fig. 67

$$\begin{aligned}
 e_0 &= 22,50 \text{ cm} \\
 e_1 &= 0,13 \cdot 50 = 6,50 \quad (\text{art. 47 lid 7}) \\
 e_2 &= \frac{0,80 \cdot 50 + 20,8 \cdot 22,5}{0,22 \cdot 50 + 3 \cdot 22,5} \cdot 0,112^2 \cdot 50 = \frac{4,06}{33,06} \quad (\text{art. 47 lid 8}) \\
 e_{\text{tot}} &= 33,06 \text{ cm} \\
 \frac{e_{\text{tot}}}{h_t} &= \frac{33,06}{50} = 0,661 \\
 \frac{N_u'}{\sigma_u' b h_t} &= \frac{82440}{135 \cdot 35 \cdot 50} = 0,349 \\
 \frac{N_u'}{\sigma_u' b h_t} \left(1 + 2,5 \cdot \frac{e_{\text{tot}}}{h_t} \right) &= 0,349(1 + 2,5 \cdot 0,661) = 0,926 \\
 \frac{N_u'}{\sigma_u' b h_t} \left(1 - 2,5 \cdot \frac{e_{\text{tot}}}{h_t} \right) &= 0,349(1 - 2,5 \cdot 0,661) = -0,228
 \end{aligned}$$

Uit fig. 67 volgt, indien men aan beide zijden gelijke wapening wenst:

$$\begin{aligned}
 \frac{\omega}{\sigma_u'} &= \frac{\omega'}{\sigma_u'} = 0,0065 \cdot 10^{-2} \frac{\text{cm}^2}{\text{kgf}} \quad \text{of} \\
 \omega = \omega' &= 0,0065 \cdot 10^{-2} \cdot 135 = 0,88 \cdot 10^{-2} \text{ dus:} \\
 A &= 0,88 \cdot 10^{-2} \cdot 1750 = 15,4 \text{ cm}^2 \\
 A' &= 15,4 \text{ cm}^2 \\
 &\quad \quad \quad 30,8 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

De kleinste hoeveelheid wapening is volgens fig. 67 (raaklijnen aan beide krommen evenwijdig!):

$$\begin{aligned}
 \frac{\omega}{\sigma_u'} &= 0,0084 \cdot 10^{-2} \frac{\text{cm}^2}{\text{kgf}} \rightarrow A = 0,0084 \cdot 10^{-2} \cdot 135 \cdot 1750 = 19,8 \text{ cm}^2 \\
 \frac{\omega'}{\sigma_u'} &= 0,0040 \cdot 10^{-2} \frac{\text{cm}^2}{\text{kgf}} \rightarrow A' = 0,0040 \cdot 10^{-2} \cdot 135 \cdot 1750 = \frac{9,5 \text{ cm}^2}{29,3 \text{ cm}^2}
 \end{aligned}$$

De aldus berekende hoeveelheid is slechts weinig minder dan bij het geval waarbij symmetrische wapening is aangebracht. Er zijn echter kolommen denkbaar waarbij de verschillen aanzienlijk zijn.

Oplossing door gebruik te maken van tabel VII

Volgens de bij de tabel gevoegde toelichting geldt voor een willekeurig gekozen waarde van $\frac{x}{h_t}$:

$$\begin{aligned}
 \frac{x}{h_t} &= 0,50 \\
 \omega' &= \frac{0,9 \cdot 45800}{2400 \cdot 1750} (1 + 2,5 \cdot 0,661) - 0,5(0,333 + 2,5 \cdot 0,104) \frac{135}{2400} \\
 &= 0,9814 \cdot 10^{-2} (1 + 1,653) - 2,813 \cdot 10^{-2} (0,333 + 0,260) = 0,936 \cdot 10^{-2} \\
 \omega &= -\frac{0,9 \cdot 45800}{2400 \cdot 1750} (1 - 2,5 \cdot 0,661) + 0,5(0,333 - 2,5 \cdot 0,104) \frac{135}{2400} \\
 &= -0,9814 \cdot 10^{-2} (1 - 1,653) + 2,813 \cdot 10^{-2} (0,333 - 0,260) = 0,845 \cdot 10^{-2} \\
 \frac{x}{h_t} &= 0,60 \\
 \omega' &= 2,604 \cdot 10^{-2} - 2,813 \cdot 10^{-2} (0,400 + 2,5 \cdot 0,110) = 0,705 \cdot 10^{-2} \\
 \omega &= 0,640 \cdot 10^{-2} + 2,813 \cdot 10^{-2} (0,400 - 2,5 \cdot 0,110) = 0,992 \cdot 10^{-2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{x}{h_t} &= 0,68 \quad (\sigma_a \text{ juist } 2400 \text{ kgf/cm}^2) \\
\omega' &= 2,604 \cdot 10^{-2} - 2,813 \cdot 10^{-2}(0,453 + 2,5 \cdot 0,111) = 0,549 \cdot 10^{-2} \\
\omega &= 0,640 \cdot 10^{-2} + 2,813 \cdot 10^{-2}(0,453 - 2,5 \cdot 0,111) = 1,134 \cdot 10^{-2} \\
\frac{x}{h_t} &= 0,70 \\
\omega' &= 2,604 \cdot 10^{-2} - 2,813 \cdot 10^{-2}(0,467 + 2,5 \cdot 0,111) = 0,510 \cdot 10^{-2} \\
\omega &= \frac{2400}{2100} [0,640 \cdot 10^{-2} + 2,813 \cdot 10^{-2}(0,467 - 2,5 \cdot 0,111)] = 1,341 \cdot 10^{-2}
\end{aligned}$$

In fig. 101 zijn de hierboven berekende waarden van ω en ω' tegen x/h_t uitgezet. Voor elke waarde van x/h_t wordt een reële oplossing gevonden.

Indien aan beide zijden een gelijke hoeveelheid wapening wordt gewenst, geldt:

$$\begin{aligned}
\omega = \omega' &= 0,88 \cdot 10^{-2}, \text{ dus } A = 0,88 \cdot 10^{-2} \cdot 1750 = 15,4 \text{ cm}^2 \\
A' &= 0,88 \cdot 10^{-2} \cdot 1750 = 15,4 \text{ cm}^2 \\
&\quad \underline{30,8 \text{ cm}^2}
\end{aligned}$$

De kleinste hoeveelheid wapening is aanwezig bij $x/h_t \approx 0,68$

$$\begin{aligned}
\omega &= 1,134 \cdot 10^{-2}, \quad \text{dus } A = 1,134 \cdot 10^{-2} \cdot 1750 = 19,8 \text{ cm}^2 \\
\omega' &= 0,549 \cdot 10^{-2} \quad A' = 0,549 \cdot 10^{-2} \cdot 1750 = 9,6 \text{ cm}^2 \\
&\quad \underline{29,4 \text{ cm}^2}
\end{aligned}$$

Oplossing door gebruik te maken van tabel IX

Deze tabel geldt alleen als symmetrische wapening wordt toegepast.

$$\frac{\bar{N}'}{\sigma_u' b h_t} = \frac{45800}{135 \cdot 35 \cdot 50} = 0,194$$

$$\frac{e_{\text{tot}}}{h_t} = 0,661$$

In de tabel moet om de juiste waarde van $\bar{N}'/\sigma_u' b h_t$ te vinden zowel in verticale als in horizontale richting worden geïnterpoleerd, nl. verticaal tussen $e_{\text{tot}}/h_t = 0,60$ en $0,70$ en horizontaal tussen $\omega = 0,800 \cdot 10^{-2}$ en $0,900 \cdot 10^{-2}$.

Voor $\omega = \omega' = 0,800 \cdot 10^{-2}$ en $e_{\text{tot}}/h_t = 0,661$ geldt:

$$\frac{\bar{N}'}{\sigma_u' b h_t} = 0,205 - 0,61(0,205 - 0,170) = 0,184$$

Voor $\omega = \omega' = 0,900 \cdot 10^{-2}$ en $e_{\text{tot}}/h_t = 0,661$ wordt gevonden:

$$\frac{\bar{N}'}{\sigma_u' b h_t} = 0,219 - 0,61(0,219 - 0,184) = 0,198$$

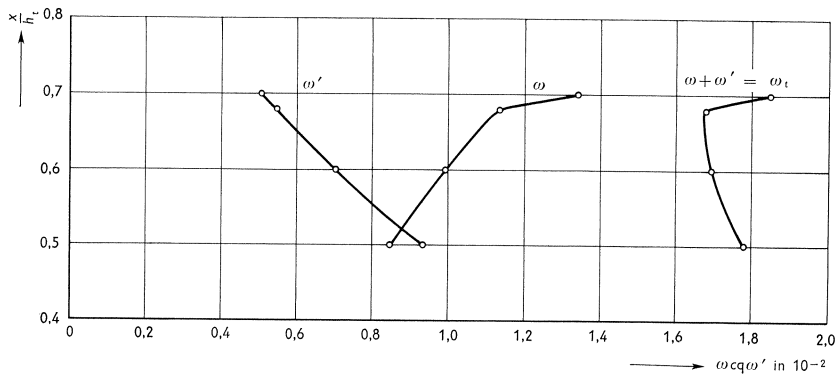


Fig. 101.

De benodigde hoeveelheid wapening is:

$$\begin{aligned}\omega &= \omega' = 0,800 \cdot 10^{-2} + \frac{0,194 - 0,184}{0,198 - 0,184} (0,900 \cdot 10^{-2} - 0,800 \cdot 10^{-2}) = 0,872 \cdot 10^{-2} \\ A &= 0,872 \cdot 10^{-2} \cdot 1750 = 15,3 \text{ cm}^2 \\ A' &= 0,872 \cdot 10^{-2} \cdot 1750 = 15,3 \text{ cm}^2 \\ &\quad \underline{30,6 \text{ cm}^2}\end{aligned}$$

Controle in de andere richting

Volgens art. 47 lid 9 moet de kolom in de andere richting worden gecontroleerd, waarbij $e_0 = 0$. De kolom moet dus worden beschouwd als een centrisk belaste kolom. In principe kan men weer gebruik maken van de hierboven reeds toegepaste tabellen en grafieken. De eenvoudigste oplossing wordt echter verkregen met fig. 68.

$$\begin{aligned}\frac{l_c}{h_t} &= \frac{560}{35} = 16,0 \\ \frac{\bar{N}'}{\sigma_u' B} &= 0,194\end{aligned}$$

Uit fig. 68 volgt dat voor dit geval rekenkundig geen wapening nodig is.

Voorbeeld 2

Een kolom uit een betonskelet met een doorsnede van $45 \times 45 \text{ cm}^2$ en gewapend met $10 \varnothing 25$ als aangegeven in fig. 102, moet in de buigingsrichting met de meeste wapening een toelaatbare belasting van 93 tf kunnen opnemen met een excentriciteit $e_0 = 11,2 \text{ cm}$.

De kolom wordt in de buigingsrichting gekoppeld door balken, waarvan het traagheidsmoment kleiner is dan dat van de kolom. De afstand bovenkant vloer tot bovenkant vloer bedraagt 9 m. In de andere richting wordt de kolom elke 3 m horizontaal gekoppeld.

Gevraagd: voldoet deze kolom aan de voorschriften indien QR(n) 40 en K 300 worden toegepast?

Gegevens

$$\begin{aligned}b &= 45 \text{ cm} \\ h_t &= 45 \text{ cm} \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} b \\ h_t \end{matrix}} \right\} B = 45 \cdot 45 = 2025 \text{ cm}^2 \\ d &= d' = 4,5 \text{ cm} = 0,1 h_t \\ e_0 &= 11,2 \text{ cm} \\ l_c &= 0,9 \cdot 900 = 810 \text{ cm} \rightarrow \frac{l_c}{h_t} = \frac{810}{45} = 18,0 \\ A &= A' = 4 \varnothing 25 = 19,64 \text{ cm}^2 \\ \omega &= \omega' = \frac{19,64}{2025} = 0,970 \cdot 10^{-2}\end{aligned}$$

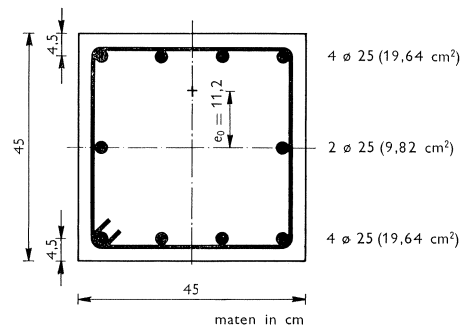


Fig. 102.

De twee staven op halve hoogte worden verwaarloosd.

Oplossing door gebruik te maken van tabel X

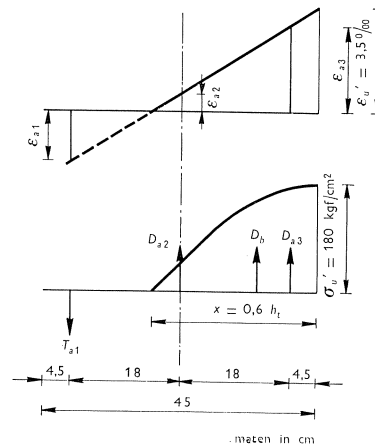
$$\begin{aligned}e_0 &= 11,20 \text{ cm} \\ e_1 &= 0,13 \cdot 45 = 5,85 \\ e_2 &= \frac{0,88 \cdot 45 + 22,9 \cdot 11,2}{0,22 \cdot 45 + \frac{3}{4} \cdot 11,2} \cdot 0,180^2 \cdot 45 = 9,92 \\ e_{\text{tot}} &= 26,97 \text{ cm} \\ \frac{e_{\text{tot}}}{h_t} &= \frac{26,97}{45} = 0,600\end{aligned}$$

Uit tabel X volgt door interpolatie:

$$\frac{\bar{N}'}{\sigma_u' b h_t} = 0,245 + \frac{0,970 - 0,933}{1,067 - 0,933} (0,262 - 0,245) = 0,250$$

$$\bar{N}' = 0,250 \cdot 0,6 \cdot 300 \cdot 45^2 = 91.100 \text{ kgf} = 91,1 \text{ tf}$$

De kolom had een belasting moeten kunnen opnemen van 93 tf, wat dus hoger is dan de berekende waarde van 91,1 tf. In de berekening zijn de twee staven op halve hoogte echter verwaarloosd. Door in de berekening de invloed van beide staven in te voeren wordt een hogere belasting gevonden. Men dient dan echter uit te gaan van de algemene berekeningswijze, die voor elke doorsnedeform en staafverdeling kan worden toegepast. De hoeveelheid rekenwerk is bij deze methode naar verhouding groot. Men kan echter voor een deel de gegevens ontleenen aan tabel VII.



$$x/h_t = 0,6 \quad \varepsilon_{s2} = -1/6 \cdot 3,5 \cdot 10^{-3} = -0,583 \cdot 10^{-3}$$

(zie fig. 103) $\sigma_{s2} = 0,583 \cdot 10^{-3} \cdot 2,1 \cdot 10^6 = 1224 \text{ kgf/cm}^2$ (druk)

$$T_{a1} = -3675 \cdot 19,64 * = -72.177 \text{ kgf} \quad (\text{trek})$$

$$D_{a2} = 1224 \cdot 9,82 = +12.040 \quad (\text{druk})$$

$$D_{a3} = 4000 \cdot 19,64 * = +78.560 \quad (\text{druk})$$

$$D_b = 0,400 \cdot 45^2 \cdot 180 * = +145.800 \quad (\text{druk})$$

$$N_u' = +164.223 \text{ kgf} \quad (\text{druk})$$

$$\bar{N}' = 164.223 : 1,80 = 91,2 \text{ tf}$$

Fig. 103.

De momenten ten opzichte van het midden zijn:

t.g.v.	T_{a1}	$72.177 \cdot 18$	$= 1.299.200 \text{ kgfcm}$
	D_{a2}		$= 0$
	D_{a3}	$78.560 \cdot 18$	$= 1.414.100$
	D_b	$0,110 \cdot 45^3 \cdot 180 *$	$= 1.804.300$
	$M_u = N_u' \cdot e_{\text{tot}}$		$= 4.517.600 \text{ kgfcm}$
		$e_{\text{tot}} = \frac{4.517.600}{164.223}$	$= 27,5 \text{ cm}$

$$x/h_t = 0,7 \quad \varepsilon_{s2} = -2/7 \cdot 3,5 \cdot 10^{-3} = -1,000 \cdot 10^{-3}$$

$$\sigma_{s2} = 1,000 \cdot 10^{-3} \cdot 2,1 \cdot 10^6 = 2100 \text{ kgf/cm}^2 \quad (\text{druk})$$

$$T_{a1} = -2100 \cdot 19,64 * = -41.244 \text{ kgf} \quad (\text{trek})$$

$$D_{a2} = 2100 \cdot 9,82 = +20.622 \quad (\text{druk})$$

$$D_{a3} = 4000 \cdot 19,64 * = +78.560 \quad (\text{druk})$$

$$D_b = 0,467 \cdot 45^2 \cdot 180 * = +170.142 \quad (\text{druk})$$

$$N_u' = +228.080 \text{ kgf} \quad (\text{druk})$$

$$\bar{N}' = 228.080 : 1,80 = 126,7 \text{ tf}$$

* Ontleend aan tabel VII

De momenten ten opzichte van het midden zijn:

t.g.v.	T_{a1}	$41.244 \cdot 18$	$= 742.400 \text{ kgfcm}$
	D_{a2}		$= 0$
	D_{a3}	$78.560 \cdot 18$	$= 1.414.100$
	D_b	$0,111 \cdot 45^3 \cdot 180 *$	$= 1.822.600$
	M_u		$= 3.979.000 \text{ kgfcm}$
	e_{tot}		$= 17,4 \text{ cm}$
$x/h_t = 0,65$	ε_{a2}	$= -15/65 \cdot 3,5 \cdot 10^{-3} = -0,808 \cdot 10^{-3}$	
	σ_{a2}	$= 0,808 \cdot 10^{-3} \cdot 2,1 \cdot 10^6 = 1697 \text{ kgf/cm}^2$	(druk)
	T_{a1}	$= -3395 \cdot 19,64 *$	$= -66.678 \text{ kgf}$ (trek)
	D_{a2}	$= 1697 \cdot 9,82$	$= +16.665$ (druk)
	D_{a3}	$= 4000 \cdot 19,64 *$	$= +78.560$ (druk)
	D_b	$= 0,433 \cdot 45^2 \cdot 180 *$	$= +157.829$ (druk)
	N_u'		$= +186.376 \text{ kgf}$ (druk)
	$\bar{N}'$	$= 186.376 : 1,30$	$= 103,5 \text{ tf}$

De momenten ten opzichte van het midden zijn:

t.g.v.	T_{a1}	$66.678 \cdot 18$	$= 1.200.200 \text{ kgfcm}$
	D_{a2}		
	D_{a3}	$78.560 \cdot 18$	$= 1.414.100$
	D_b	$0,111 \cdot 45^3 \cdot 180 *$	$= 1.822.500$
	M_u		$= 4.436.800 \text{ kgfcm}$
	e_{tot}		$23,8 \text{ cm}$

In fig. 104 zijn de boven berekende waarden van $\bar{N}'$ tegen e_{tot} uitgezet. Bij $e_{\text{tot}} = 27,0 \text{ cm}$ bedraagt de opneembare belasting 93 tf, welke waarde overeenkomt met de vereiste waarde.

Voorbeeld 3

Een ronde kolom met een diameter van 30 cm uit een betonskelet moet een toelaatbare belasting van 15 tf met een excentriciteit van 10,0 cm kunnen dragen. De kolom is verbonden aan een vloer, waarvan het traagheidsmoment groter is dan van de kolom. De afstand bovenkant vloer tot bovenkant vloer bedraagt 6 m.

Gevraagd de wapening indien QR 24 en K 225 worden toegepast.

Gegevens

$$\text{diameter } h_t = 30 \text{ cm} \quad B = \pi/4 \cdot 30^2 = 707 \text{ cm}^2$$

$$d = 4,5 \text{ cm} = 0,15h_t \quad e_0 = 10,0 \text{ cm}$$

$$l_c = 0,7 \cdot 600 = 420 \text{ cm} \rightarrow \frac{l_c}{h_t} = \frac{420}{30} = 14,0$$

$$\bar{N}' = 15 \text{ tf}$$

$$\sigma_u' = 0,6 \cdot 225 = 135 \text{ kgf/cm}^2$$

Oplossing door gebruik te maken van tabel XII

$$k = \frac{W}{B} = \frac{\frac{\pi}{32} \cdot h_t^3}{\frac{\pi}{4} \cdot h_t^2} = \frac{h_t}{8} = 3,75 \text{ cm}$$

* Ontleend aan tabel VII

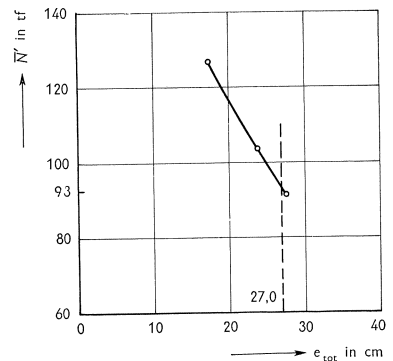


Fig. 104.

$$i = \sqrt{\frac{I}{B}} = \sqrt{\frac{\frac{\pi}{64} \cdot h_t^4}{\frac{\pi}{4} \cdot h_t^2}} = \frac{1}{4} h_t$$

$$\begin{aligned}
\frac{e_0}{h_t} &= \frac{10,0}{30,0} = \frac{1}{3} \\
e_0 &= 10,00 \text{ cm} \\
e_1 &= 0,78k = 0,78 \cdot 3,75 = 2,93 \\
e_2 &= \frac{0,23 + 6 \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{4}(0,22 + 3 \cdot \frac{1}{3})} \cdot 0,140^2 \cdot 30 = \frac{4,30}{17,23} \\
e_{\text{tot}} &= 17,23 \text{ cm} \\
\frac{e_{\text{tot}}}{h_t} &= \frac{17,23}{30,0} = 0,575 \\
\frac{\bar{N}'}{\sigma_u' B} &= \frac{15000}{135 \cdot 707} = 0,157
\end{aligned}$$

In tabel XII wordt voor $e_{\text{tot}}/h_t = 0,575$ en $\omega_t' = 2,000 \cdot 10^{-2}$ gevonden $\bar{N}'/\sigma_u' B = 0,154$.

Voor $e_{\text{tot}}/h_t = 0,575$ en $\omega_t' = 2,500 \cdot 10^{-2}$ vindt men $\bar{N}'/\sigma_u' B = 0,173$.

Bij $\bar{N}'/\sigma_u' B = 0,157$ is een hoeveelheid wapening nodig van $2,08 \cdot 10^{-2}$

$$A_t' = 2,08 \cdot 10^{-2} \cdot 707 = 14,7 \text{ cm}^2$$

Voorbeeld 4

Een kolom met een doorsnede van $37 \times 37 \text{ cm}^2$ moet in een betonskelet een centrische toelaatbare belasting opnemen van 76 tf. De op de kolommen aansluitende balken bezitten een zodanige afmeting, dat het traagheidsmoment groter is dan dat van de kolom. De afstand bovenkant vloer tot bovenkant vloer is 7,40 m.

Gevraagd de hoeveelheid wapening indien QR 24 en K 225 worden toegepast.

Gegevens

$$b = h_t = 37 \text{ cm} \rightarrow B = 1369 \text{ cm}^2$$

$$d = d' = 3,7 \text{ cm} = 0,1h_t$$

$$l_c = 0,7 \cdot 740 = 518 \text{ cm} \rightarrow \frac{l_c}{h_t} = \frac{518}{37} = 14,00$$

$$\bar{N}' = 76 \text{ tf}$$

$$\sigma_u' = 0,6 \cdot 225 = 135 \text{ kgf/cm}^2$$

Oplossing door gebruik te maken van fig. 68

$$\frac{\bar{N}'}{\sigma_u' b h_t} = \frac{76.000}{135 \cdot 1369} = 0,411$$

Uit fig. 68 volgt:

$$\omega_t' \approx 1,43 \cdot 10^{-2}$$

$$A_t = 1,43 \cdot 10^{-2} \cdot 1369 = 19,6 \text{ cm}^2 \quad (4 \varnothing 25)$$

Zoals in 2 is vermeld kan de methode met de knikfactoren volgens art. 48 worden gebruikt als ontwerpmethode.

Gevraagd: kan een kolom met een redelijke wapening van b.v. 2% en een doorsnede van $37 \times 37 \text{ cm}^2$ en met $l_c/h_t = 14,00$ (zie boven) een toelaatbare belasting dragen van ca. 76 tf?

De knikfactor is volgens art. 48 lid 14: $\psi = 1,304$

$$N_u' = B \cdot \sigma_u' + A_t' \cdot \sigma_e' = 1369 \cdot 135 + 2 \cdot 13,69 \cdot 2400 = 250.600 \text{ kgf}$$

De toelaatbare belasting is

$$\bar{N}' = \frac{250.600}{1,304 \cdot 2,5} = 76.900 \text{ kgf} = 76,9 \text{ tf}$$

Vergelijking van deze waarde met de belasting van 76 tf toont, dat de afmetingen van de kolom redelijk zijn.

Aanvullende mededeling op het artikel:

IR. H. W. LOOF

De theorie van de gekoppeld verende ondersteuning
verschenen in *Heron* 10 (1962) no. 2.

Na het verschijnen van bovengenoemd artikel is het de auteur bekend geworden dat het idee van koppeling bij verende ondersteuning reeds eerder was toegepast bij de berekening van de spoorwegbovenbouw. Daarbij wordt in rekening gebracht dat bij belasting van een dwarsligger ook nabijgelegen dwarsliggers zakkingen zullen ondergaan. Dit heeft zijn weerslag in het berekende zakkingsverloop van de rail. Voorts waren ook reeds experimentele resultaten bekend, waarbij de zakkingslijn volgens formule (5) proefondervindelijk bepaald is.

In verband hiermee zijn aan de literatuurlijst toe te voegen:

EB, Ir. W. J. VAN DER en Dr. Ir. A. D. DE PATER – Calculation of bars of infinite length on resilient bearings with notes on the pression given to a bearing by loading another bearing. *International Railway Congress Bulletin* Vol. 29 no. 1 (jan. 1952) blz. 1-49.

DE PATER, Ir. A. D. – Inleidend onderzoek naar het dynamisch gedrag van Spoorstaven. Dissertatie (1948).

EB, Ir. W. J. VAN DER – Berekening van een ligger op een oneindig aantal verende steunpunten, toegepast op spoorwegbovenbouw. *Dynamica van het afgeplatte wiel*. T.N.O.-rapport no. 20 (juni 1947).